**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ**

**ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ГОРОДСКОГО ХОЗЯЙСТВА имени А. Н. БЕКЕТОВА**

**К. А. МЕТЕШКИН,**
**А. Р. ЛЕВЧЕНКО**

# ПАРАЛЛЕЛИ И МЕРИДИАНЫ ГЕОДЕЗИИ И ИНФОРМАТИКИ

**ИЛИ**

# ОСНОВЫ НООГЕОМАТИКИ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

**Харьков**
**ХНУГХ им. А. Н. Бекетова**
**2019**

УДК 528.2:004:502.11](075.8)
М54

***Авторы*:**

***Метешкин Константин Александрович*,** доктор технических наук, профессор, профессор кафедры земельного администрирования и геоинформационных систем, ХНУГХ им. А. Н. Бекетова;

***Левченко Анастасия Романовна*,** студентка 5 курса ХНУГХ им. А. Н. Бекетова

***Рецензенты-эксперты:***

***Н. В. Шаронова,*** доктор технических наук, профессор, заведующая кафедрой Интеллектуальных компьютерных систем Национального технического университета «ХПИ», Председатель Харьковского отделения «Украинской федерации информатики»;

***С. И. Доценко,*** доктор технических наук, профессор, профессор кафедры специализированных компьютерных систем Украинского государственного университета железнодорожного транспорта

***Рецензенты-потребители:***

***Пиличева Марина Олеговна,*** кандидат технических наук, доцент кафедры ХНУГХ им. А. Н. Бекетова;

***Коротков Виктор Юрьевич,*** студент 3 курса ХНУГХ им. А. Н. Бекетова;

***Свинаренко Юлия Александровна,*** студентка 3 курса ХНУГХ им. А. Н. Бекетова

*Рекомендовано к печати*
*Ученым советом ХНУГХ им. А. Н. Бекетова,*
*протокол № 3 от 24 октября 2019 г.*

**Метешкин К. А.**

М54 Параллели и меридианы геодезии и информатики или основы ноогеоматики : учеб. пособие / К. А. Метешкин, А. Р. Левченко ; Харьков. нац. ун-т гор. хоз-ва им. А. Н. Бекетова. – Харьков : ХНУГХ им. А. Н. Бекетова, 2019. – 203 с.

Настоящая работа является учебным пособием монографического типа. Основная особенность пособия заключается в том, что оно может быть использовано как студентами, так и преподавателями других дисциплин. Учебное пособие является основным элементом научно-технологического обеспечения образовательной технологии. Материал данного пособия имеет инновационный характер, так как раскрывает суть создания образовательной стандартизованной технологии, названной «Систематизация». Авторы сделали попытку в данном пособии отразить учебный материал основных дисциплин, касающихся специальности «Геодезия и землеустройство». Название данного пособия символическое и на наш взгляд, отражает в обобщенном виде всю сложность и многозначность процессов построения интеллектуальных геоинформационных систем.

УДК 528.2:004:502.11](075.8)

**СОДЕРЖАНИЕ**

# ПРЕДИСЛОВИЕ

Данное учебное пособие создано в условиях общественно-социальных потрясений в Украине и длительного системного кризиса в образовании. Именно кризисные явления в образовании, в частности высшем образовании, заставляют многих ученых искать пути выхода из кризиса с целью повышения эффективности функционирования высших учебных заведений. В настоящее время делаются попытки повышения эффективности обучения в вузах по нескольким крупным направлениям. Во-первых, всестороннее применение в обучении и образовании IT-технологий. Во-вторых, систематизация процессов обучения и образования за счет введения новых стандартов. В-третьих, использование инновационных методов обучения и образования. По данным направлениям автором написан ряд монографий [П1–П4 и др.], учебных пособий [П5–П6 и др.], а также учебник для научно-педагогических работников [П7]. Если в упомянутых монографиях разрабатывались модели процессов обучения и образования, в том числе и модели профессиональной деятельности преподавателя, то в учебных пособиях предложены технологии обучения, а содержательная часть учебника [П7] представляет собой сведения необходимые, для каждого научно-педагогического и педагогического работника в современных условиях развития образовательных систем и общества в целом.

Не исключением является и это пособие, которое отличается от типовых тем, что написано оно не для учебной дисциплины, а для конкретной специальности – «Геодезия и землеустройство». Оно имеет два названия, одно аллегорическое – «Параллели и меридианы геодезии и информатики», другое – «Основы ноогеоматики». Аллегория, на наш взгляд, с одной стороны, подчеркивает пересечение учебного материала геодезии и информатики, а с другой стороны, показывает объединение методов и содержательного материала в одну науку – ноогеоматику. Термин «ноогеоматика» здесь введен впервые и поэтому требует научного обоснования, которое будет сделано в разделе I «Карта специальности» данного пособия. Название упомянутого раздела пособия, на наш взгляд, должно вызывать у читателей ассоциации с географической картой или путеводителем для ориентации в больших объемах учебной и научной информации. Авторы решили ввести такой раздел вместо введения, так как учебный материал данного пособия предназначен не для приобретения знаний по конкретной дисциплине, а для систематизации знаний, полученных в процессе формирования студентами своих профессиональных знаний в рамках бакалавриата, а затем и магистра своей специальности.

Специальность «Геодезия и землеустройство» требует надлежащей математической поддержки, так как в ее основу положены такие наукоемкие дисциплины, как геодезия и информатика. К сожалению, учебные планы этой специальности, впрочем, как и других специальностей, содержат типовой набор разделов математики, которые объединяются одним названием «Высшая математика». Поэтому еще одной особенностью пособия является то, что его учебный материал ориентирован на математическую поддержку многих учебных дисциплин как гуманитарного, фундаментального, так и профессионального блоков учебного плана.

Отметим еще одну особенность настоящего пособия, которое касается структуры его учебного материала. Оно содержит вводную часть и три раздела. Вводная часть пособия (Предисловие и Раздел 1) предназначена для обоснования термина «ноогеоматика», а также для ознакомления студентов с правилами и процедурами технологии обучения, назовём ее «Систематизация». Здесь студенты найдут ответ на вопросы: «Зачем нужно данное пособие и как им воспользоваться при освоении той или иной учебной дисциплины?». Структурной особенностью данного пособия можно считать размещенные в вводной части ссылки на литературу и электронные источники, а которые принято размещать в конце издания. Такое размещение источников и классификация ссылок по разделам пособия обусловлена в первую очередь назначением данного материала и не обязательностью его изучения в строго установленном порядке.

Кроме того, три последующих раздела пособия структурно поставлены в соответствие блокам дисциплин учебного плана, а именно гуманитарному, фундаментальному и профессиональному. Они названы «Раздел 2. Гуманитарные начала ноогеоматики», «Раздел 3. Научные основы ноогеоматики» и «Раздел 4. Профессиональные основы специальности, или от геоподосновы до интеллектуальных геоинформационных систем».

Гуманитарный блок дисциплин учебного плана подготовки бакалавра, как правило, составляют дисциплины «Философия», «Психология», «Украинский деловой язык» и др. Поэтому в первый раздел пособия введены такие подразделы, как «Философский аспект изучения Земли» (философия), «Роль личности в изучении Земли» (психология, религиоведение), «Картография как раздел семиотики – науки о знаках (языкознание), «Исторический аспект создания геоматики» (история) и т. д.

В третьем разделе пособия «Научные основы ноогеоматики» размещены сведения о науках, которые являются фундаментом полинауки «ноогеоматика», а именно объединением таких наук, как география, геометрия, информатика и т. д. К сожалению, опыт преподавания различных дисциплин по специальности «Геодезия и землеустройство» показал, что у многих студентов отсутствуют элементарные знания этих наук, что не позволяет им оперативно сформировать четкую и ясную модель своих профессиональных знаний и вместе с тем, овладеть соответствующими компетенциями. Именно в этом разделе приведены математические основы, которые обеспечивают глубинное понимание синтеза географических и информационных наук в единую науку ноогеоматику.

При изложении материала третьего раздела у авторов возникли сомнения о включении в пособие основных сведений о фрактальной и финслеровой геометрии. Это разделы современной геометрии, которые связаны с изучением нелинейности пространств и пространств, имеющих дробную размерность. Методы и формализмы этих геометрий изучаются в основном по специальностям физико-математических наук и предполагают, что студенты обязаны знать общую и специальную теорию относительности Эйнштейна.

Вместе с тем, авторы решили включить в настоящее пособие основные сведения об этих геометриях по двум причинам. Во-первых, систематизация знаний студентов предполагает и перспективы развития научных основ специальности «Геодезия и землеустройство». Во-вторых, любознательность и стремление некоторых студентов создать в магистерской дипломной работе нечто оригинальное. Так, одна из студенток, защитив бакалаврскую работу, обратилась с просьбой работать над темой магистерской работы по созданию кадастра лунной поверхности!? Такой выбор темы она обосновала тем, что уже более 5 миллионов жителей Земли купили себе недвижимость на Луне, среди покупателей Рональд Рейган, Джимми Картер, Николь Кидман, Арнольд Шварценеггер и др., а среди украинцев: Лилия Подкопаева, Ани Лорак, Ринат Ахметов, Виктор Пенчук и др.

Очевидно, для выполнения такого проекта потребуются знания современной геометрии.

Содержание четвертого раздела данного пособия «Профессиональные основы специальности, или от геоподосновы до интеллектуальных геоинформационных систем» по задумке авторов должен осуществлять математическую поддержку создания прикладных геоинформационных систем и технологий. Широкий круг прикладных задач, решаемых с использованием геоинформационных систем и технологий обусловливает использование современного математического аппарата, изучение которого не предусмотрено учебными планами и программами. Анализ результатов дипломных работ бакалавров и дипломного проектирования магистров показывает, что дипломники сталкиваются с трудностями при решении конкретных транспортных задач, задач оптимизации, принятия решений, массового обслуживания и т. д.

Отметим еще одну важную особенность данного пособия. Опыт и результаты педагогических экспериментальных исследований [П5, П8], проведенных в период с 2014 по 2018 года показал, что отдельные студенты четко и ясно излагают свои мысли как письменно, так и устно, целенаправленно учатся с желанием познавать больше, чем предусмотрено учебными планами и программами. Одной из таких студенток 4-го курса, которая участвовала в экспериментальных исследованиях и апробации технологии обучения «Партнерство», а затем в написании учебного пособия «Основы теории систем» [П5], является А. Р. Левченко. Она приглашена для работы над настоящим пособием и является его соавтором. В учебном пособии ей принадлежат пп. 3.7.1–3.7.3, Атлас своих профессиональных знаний, который дополняет настоящее пособие и является примером для разработки студентами подобных атласов. Кроме того, А. Р. Левченко принадлежит концептуальный дизайн обложки пособия и Атласа своих профессиональных знаний.

Выделим еще одну особенность, которая заключается в следующем. Данное пособие рецензировалось не только уважаемыми экспертами учеными, имеющими ученые степени и звания, но и предполагаемыми потребителями этого материала – студентами третьего курса Юлией Свинаренко и Виктором Коротковым. Их оценка и критические замечания как потребителей образовательных услуг, на наш взгляд, полезны для улучшения обучения и приобретения соответствующей специальности. Авторы пособия решили их рецензии разместить в приложении А. Вот наши отличники и рецензенты данной работы.

Рисунок П.1 – Рецензенты-потребители В. Ю. Кототков и Ю. А. Свинаренко

Привлечение студентов к написанию учебных пособий, на наш взгляд, оправдано потому, что студенты за время учебы приобретают определенный опыт в изучении различного рода учебного материала и с «высоты» старших курсов видят их недостатки и достоинства. Кроме того, могут дать соответствующие рекомендации по его изучению студентам младших курсов.

Поскольку данное пособие предназначено как для студентов, так и преподавателей, то авторы обратились к доценту кафедры кандидату технических наук, секретарю специализированного ученого совета М. О. Пиличевой за рецензией на данную работу. Ее рецензия также размещена в приложении А. За внимание к данной работе авторы и благодарят студентов, принявших участие в рецензировании, и уже опытного преподавателя нашей кафедры.

Авторы настоящей работы выражают глубокую благодарность рецензентам доктору техничных наук, профессору, заведующей кафедрой Интеллектуальных компьютерных систем Национального технического университета «ХПИ», Председателю Харьковского отделения «Украинской федерации информатики» Н. В. Шароновой и доктору технических наук, доценту, профессору кафедры специализированных компьютерных систем Украинского государственного университета железнодорожного транспорта С. И. Доценко за конструктивные замечания, которые они высказали по форме и содержанию пособия.

Огромную благодарность авторы выражают преподавателям кафедры, которые, несмотря на плотный график их учебно-методической и учебно-воспитательной работы, нашли время ознакомиться с содержанием пособия и высказать конструктивные замечания по его содержанию на методических семинарах, проводимых на кафедре.

Особую благодарность заслуживает методист университета с большим педагогическим опытом Юрий Павлович Бархаев, который своими советами способствовал улучшению материала данного пособия.

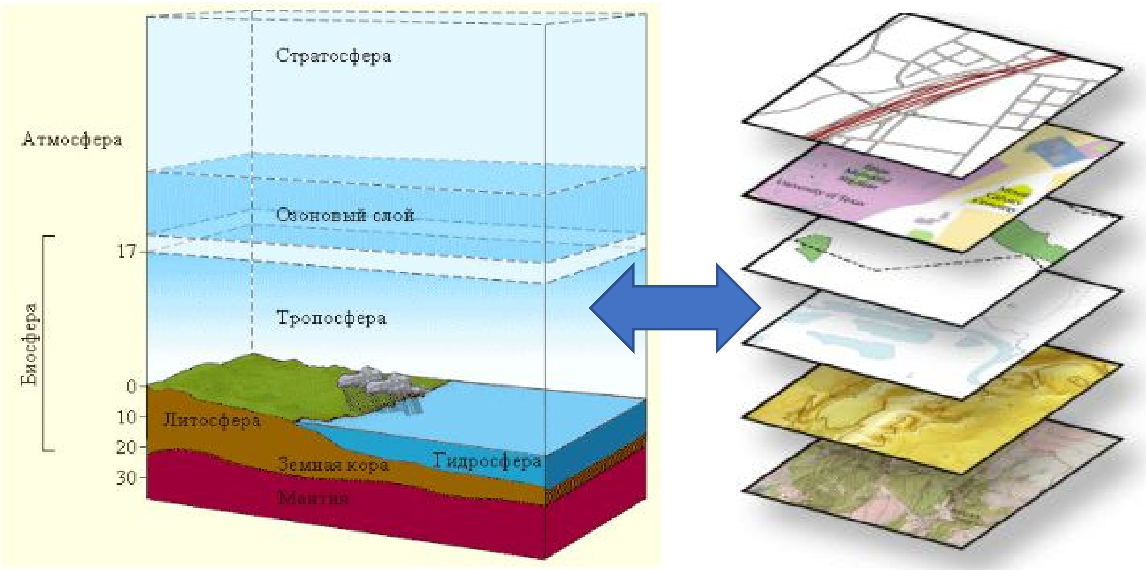
# 1 КАРТА СПЕЦИАЛЬНОСТИ

Вместо введения

## 1.1 Обоснование термина «ноогеоматика»

Посмотрим на нашу «грешную» Землю с точки зрения человека, который приобретает или уже приобрел некоторые знания в виде научных основ, т. е. фундаментальные знания по специальности «Геодезия и землеустройство». Настоящий подраздел данного пособия и раздел в целом предназначен для изучения базовой составляющей профессиональной деятельности людей, работающих в сфере вышеупомянутой специальности.

Воспользуемся основными понятиями учебных дисциплин «Основы теории систем» [1] и «Основы ГИС» [2] и покажем с точки зрения науки и принципов построения геоинформационных систем (многослойного представления данных), аналогию Земли и ее сфер (атмосфера, литосфера, гидросфера, биосфера) с послойным представлением данных в геоматике (рис. 1.1).




Послойное представление Земли в географии (фрагмент)

Послойное представление Земли и недвижимости в геоматике

Рисунок 1.1 – Иллюстрация соответствия представлений Земли в географии и геоматике

Из рисунка 1.1 следует, что человеческая деятельность, в частности профессиональная деятельность специалиста в области геодезии и землеустройства, может осуществляться во всех сферах Земли – под землёй, на земле, под водой, в воздухе и даже в космосе. Геоматика как наука дает возможность создавать модели результатов деятельности человека на нашей планете. Причем результаты деятельности человека могут оказывать как позитивное, так и негативное влияние на состояние рассматриваемых сфер и Земли в целом. Будем их считать субъективными факторами. Помимо влияния этих факторов на состояние нашей планеты оказывают влияние и объективные факторы, к которым можно отнести эволюционное изменение различных сфер Земли, например, изменение озонового слоя (атмосферы), изменение физической поверхности за счет сдвига тектонических плит, падения на Землю метеоритов, землетрясений (литосфера) и т. д.

Напомним определение термину «сложная система», которое известно из курса «Основы теории систем». Сложной считают систему, имеющую большое количество подсистем и элементов, множество отношений и разнотипных связей между ними и образующие некоторое единство. Из данного определения следует, что планета Земля сложная система, так как имеет бесконечное множество элементов, соответствующие подсистемы (сферы), а также бесконечное множество связей между ними.

Для исследования и изучения такого сложнейшего объекта, как планета Земля необходим соответствующий инструментарий, к которым относятся как геодезические приборы и устройства, так и интеллектуальные средства с соответствующим математическим и программным обеспечением.

При создании теоретико-методологических основ важным является выявление и определение идеализированного объекта. Под идеализированным объектом понимают объект, понятие которого получается в результате идеализации чего-либо. Примерами идеализированных объектов в науке является: точка, прямая линия – в геометрии; материальная точка – в механике; идеальный газ, абсолютно черное тело – в физике; идеальный раствор – в химии и т. д. В геоматике таким объектом можно считать планету Земля, имеющую форму эллипсоида Красовского [3].

Рассмотрение Земли как сложной системы и идеализированного объекта теоретико-методологических основ геоматики открывает возможность создания распределенных баз геоданных и ГИС, а затем использования их для создания прикладных интеллектуальных геоинформационных технологий.

Важным понятием в науке является «предметная область». Этот термин в работе [4] определяется как множество всех предметов, свойства которых и отношения, между которыми рассматриваются в научной теории, т. е. в геоматике.

Высокие темпы развития науки и ее трансформация приводят к обогащению языка науки, а именно появлению новых терминов и определений. Авторы данного пособия рискнули обогатить терминосистему специальности «Геодезия и землеустройство» термином «ноогеоматика» учитывая глобальные процессы и явления, которые в настоящее время протекают на Земле. Этот термин, на наш взгляд, на уровне лексикографии, раздела языкознания, занимающегося вопросами составления словарей, должен объединить понятия (дефиниции) таких терминов, как «ноосфера», «география», «геоматика» и «математика».

Создадим ассоциативный образ данному термину. В языкознании такой образ называется *денотат* – один из углов семантического треугольника «термин – денотат – сигнификат», в котором третий угол называется сигнификатом, другими словами определением или дефиницией (рис. 1.2).

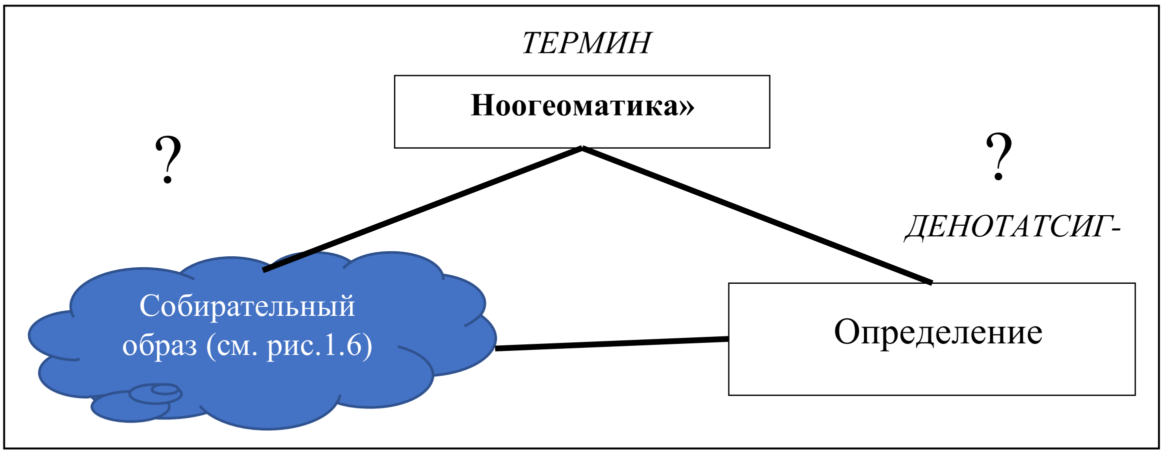



Рисунок 1.2 – Семантический треугольник термина «ноогеоматика»

Для создания собирательного образа, отражающего суть термина необходимо знать кто, когда, где и при каких обстоятельствах сформулировал термины «ноосфера», «география» и т. д.

Термин «ноосфера» впервые сформулировали и дали ему определение французский математик из Сорбонны Эдуард Леруа и крупнейший геолог и палеонтолог-эволюционист, и католический философ Пьер Тейяр де Шарде, основываясь на лекциях по геохимии Владимира Ивановича Вернадского, выдающегося украинского ученого, впоследствии ставшего первым президентом академии наук Украины. В. И. Вернадский создал целое учение о переходе биосферы нашей планеты в ноосферу, объединяя при этом природу и человеческий разум. Он пишет: «… в биосфере существует великая геологическая, быть может, космическая сила, планетное действие которой обычно не принимается во внимание в представлениях о космосе… Эта сила есть разум человека, устремленная и организованная воля его как существа общественного».

Со школьной скамьи всем известно, что география изучает литосферу, атмосферу, биосферу, гидросферу и почвенный покров Земли, а также геосистемы (ландшафты, природные зоны, биогеоценозы и т. д.).

Кроме того, в настоящее время существует ряд наук о Земле, в основе которых лежит география. Это такие науки, как геодезия, геология, вулканология, гидрология и другие, результаты исследований которых непосредственно связаны с изменениями в природе, т. е. география является комплексной наукой. В настоящее время различают физическую и социально-экономическую географию.

Ноосферные процессы и явления характеризуются В. И. Вернадским как процессы, оказывающее влияние на природу со стороны общества, социума, и, причем общества интеллектуального (коллективного разума).

На наш взгляд, началом создания современного инструментария для исследования масштабных и глобальных процессов и явлений в обществе и природе является создание геоинформационной системы (ГИС) группой ученых США (DonaldCooke, DonaTomlin, James Corbett и другими учеными, и инженерами), которые работали над анализом данных переписи населения. Очевидно, этот факт можно назвать и началом создания новой науки «**геоматики**». По своей сути это наука, которая исследует масштабные пространственно-временные процессы, явления и позволяет создавать прикладные ГИС и геоинформационные технологии.

На рисунке 1.3 иллюстрируются связи наук о Земле с прикладными геоинформационными технологиями. На наш взгляд, наиболее полное определение термину «геоматика» дано на сайте университета Калгари (Канада).


Рисунок 1.3 – Иллюстрация связей наук о Земле с прикладными геоинформационными технологиями

«**Геоматика** – современная дисциплина, которая объединяет сбор, моделирование, анализ и управление данными, которые имеют пространственную привязку (работает с данными, идентифицированными согласно их местоположениям). Базирующаяся на достижениях географии и геодезии, геоматика использует наземные, морские, воздушные и спутниковые датчики для получения пространственных и связанных с пространственными данных. Она включает процесс преобразования пространственно-привязанных данных с определёнными точностными характеристиками из различных источников в обычные информационные системы».

Видно, что термин «геоматика» состоит из двух терминов «география» и «информатика».

Известно, что история формирования термина «география» уходит в глубину веков Древней Греции. Фактически он обозначает γεωγραφία «землеописание» от γ – «земля» + γράφω – пишу, описываю.

Термин «информатика» сформировался в процессе развития вычислительной техники и систем передачи информации в поиске методов и способов передачи больших объемов информации на большие расстояния. Этому способствовало развитие такой универсальной науки, как кибернетика, состоящей из теорий принятия решений, информации, распознавания образов и т. д. Не вдаваясь в конкретику этих наукоемких теорий, заметим, что в их основе лежат различные математические методы и представления (рис. 1.4).

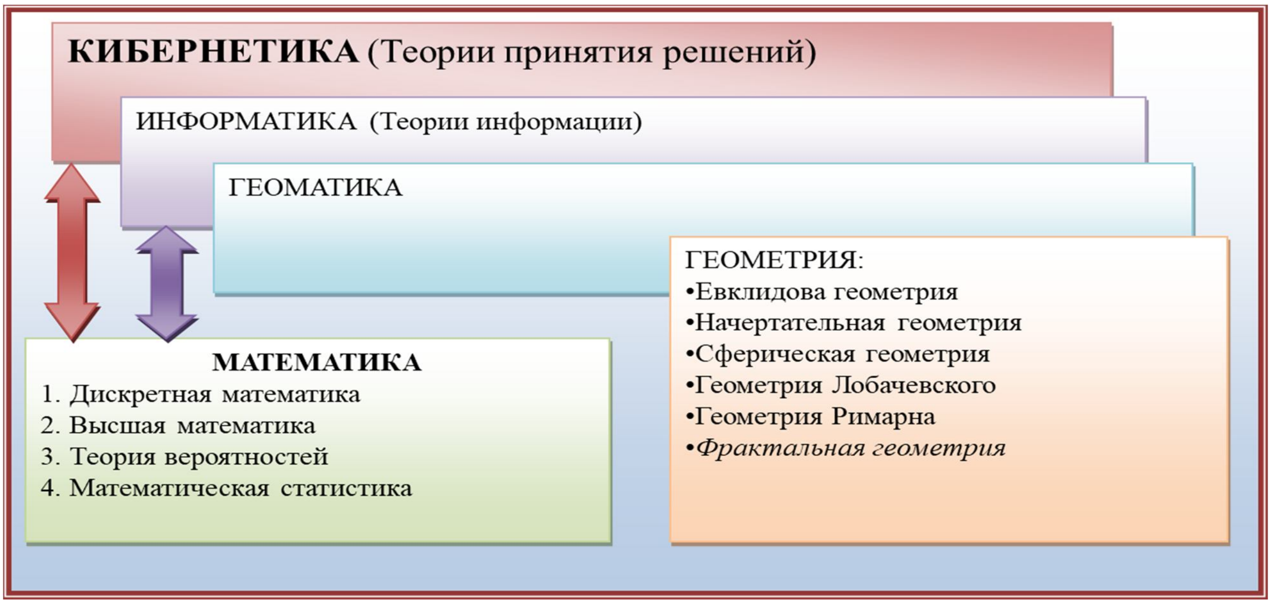



Рисунок 1.4 – Иллюстрация теоретических основ кибернетики

Учитывая масштабность и многообразие решения прикладных задач на уровне ноосферы, необходимо отметить, что ГИС и прикладные геоинформационные технологии должны иметь мощное математическое обеспечение. В обобщенном виде оно показано на рисунке 1.5.


Рисунок 1.5 – Обобщенная схема математического обеспечения ГИС и геоинформационных технологий и его прагматическая значимость

Не претендуя на полноту собирательного образа (денотата) рассматриваемого термина «ноогеоматика», предложим его состав и иерархическую структуру. Это, во-первых, планета Земля, отражающая ноосферу, географию и картографию, во-вторых, спутниковые навигационные системы GPS или ГЛОНАСС, символизирующие геоматику и в-третьих, выдающихся ученых, в том числе и математиков, которые внесли огромный вклад в науку, изменяющую наш мир и символизирующих научно-технический прогресс, например, Евклид, Рене Декарт, Леонард Эйлер, К. Ф. Гаусс, Н. И. Лобачевский, Норберт Винер и др.

Вариант такого образа (денотата) приведен на рисунке 1.6, который является частью рисунка 1.2 (мысленно подставите его в семантический треугольник).

Исходя из вышесказанного и выше нарисованного сформулируем определение (дифиницию) данному термину и предложенному образу, при этом будем учитывать определение термина «геоматика».

Ноогеоматика – наука, изучающая возможность построения коллективного разума на основе создания распределенных глобальных геоинформационных систем (ГГИС) и технологий, предназначенных для мониторинга, прогнозирования процессов и явлений, а также принятия решений, имеющих планетарное значение.

Подставим это определение в семантический треугольник (см. рис. 1.2) на место сигнификата и получим научно обоснованный с точки зрения общего языкознания термин.

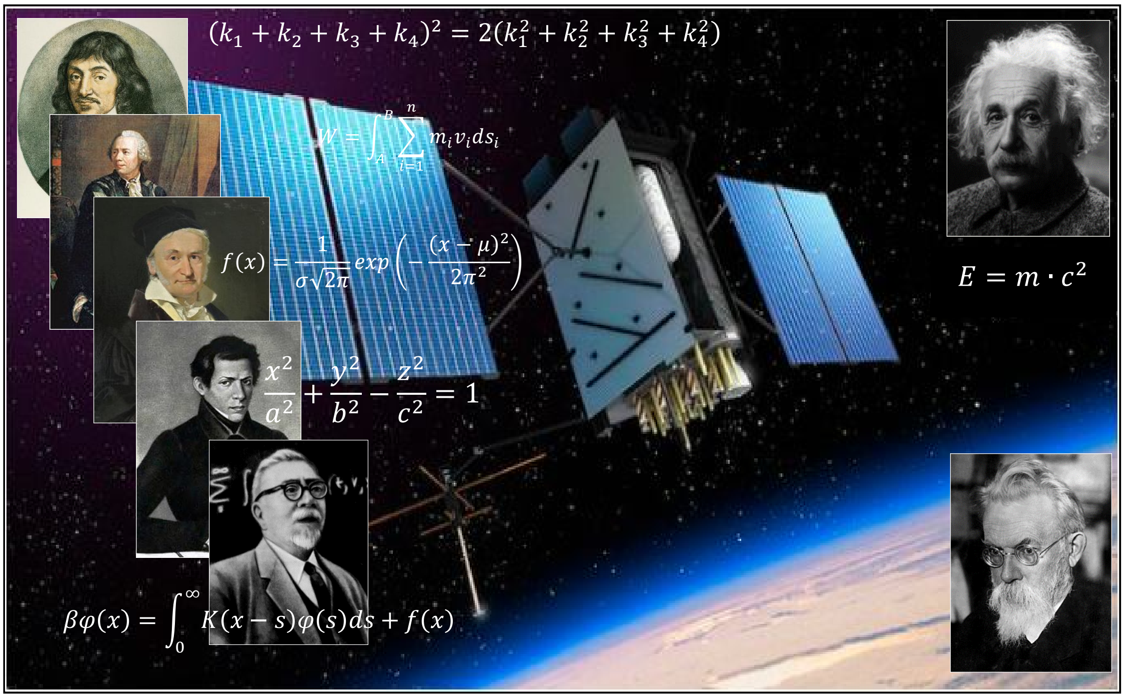



Рисунок 1.6 – Собирательный образ (денотат) термина «ноогеоматика»

Таким образом, в настоящем подразделе проведено научное обоснование новому термину «ноогеоматика».

## 1.2 Основные сведения об образовательной стандартизованной технологии «Систематизация»

### 1.2.1 Роль и место образовательных стандартизованных технологий в технологическом подходе к образованию

В настоящее время существуют различные мнения о том, как правильно называть организованный целенаправленный процесс обучения студентов в современных заведениях высшего образования технологией или учебный процесс, в основе которого лежат определенные методики преподавания. Очевидно, современное состояние системы высшего образования находится на переходной стадии своего развития и однозначно рекомендовать применение того или иного термина затруднительно. Несмотря на это, все больше ученых и практикующих педагогов в условиях глобализации, информатизации и интеграционных процессов в высшем образовании предпочитают использование термина «технология» при описании учебно-воспитательных процессов в заведениях высшего образования.

Основной отличительной особенностью понятия «технология» от понятия «учебный процесс» заключается в том, что технология обучения предоставляет студентам возможность большей самостоятельности при «добывании» знаний и обеспечивает каждого студента целостным восприятием системы знаний, которую он должен приобрести. К сожалению, традиционное понимание и реализация учебного процесса с применением соответствующих методик преподавания с фрагментарным использованием средств информатики уже не удовлетворяет современным требованиям повышения качества обучения и эффективности функционирования ЗВО в целом. В работе [П3] приведены принципы технологической организации учебного процесса, а также показана иерархия организации образовательных стандартизованных и обучающих технологий (см. рис. 1.7).

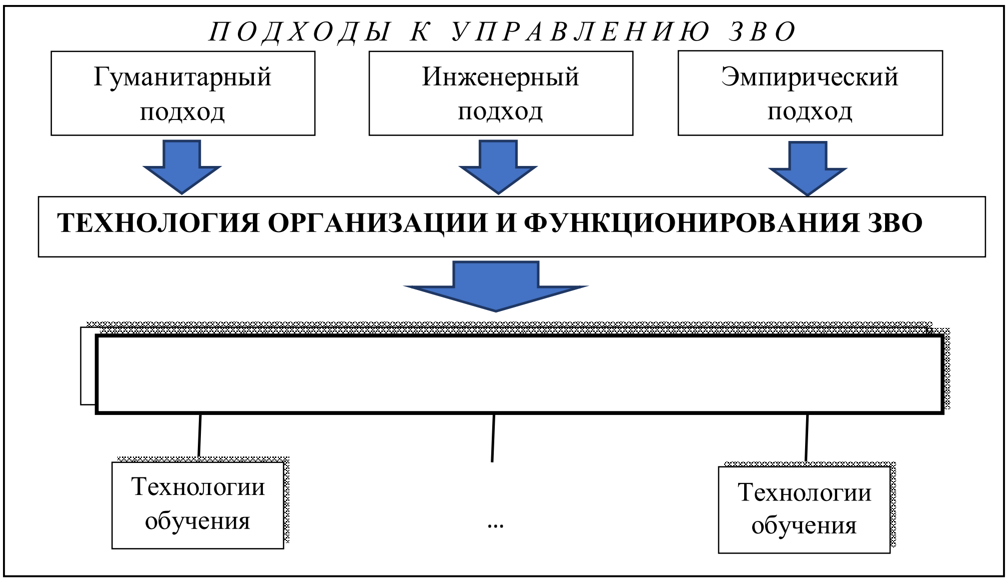



Рисунок 1.7 – Иерархия технологий организации и функционирования заведения высшего образования

Из рисунка видно, что образовательная стандартизованная технология занимает промежуточное место между технологией организации и функционирования ЗВО (высший уровень иерархии) и множеством технологий обучения. Дадим определение рассматриваемой технологии.

**Образовательная стандартизованная технология** – процесс, имеющей четкие границы в зависимости от уровня подготовки бакалавров и магистров, основанный на Государственных образовательных стандартах, которые реализуют *стратегию группового педагогического решения* и являются совокупностью взаимосвязанных технологий обучения студентов отдельным дисциплинам.

Таким образом, приведенное определение лежит в основе рассматриваемой в настоящем пособии образовательной технологии «Систематизация», а принципы ее построения изложим в следующем пункте настоящего подраздела.

### 1.2.2 Принципы создания образовательных стандартизованных технологий

Выделим следующие пять принципов создания образовательных стандартизованных технологий, в том числе и технологии «Систематизация».

1. Принцип соблюдения и повышения структурно-логической целостности организации образовательных процессов.

Этот принцип состоит в изменении характера образовательных процессов в сторону их структурированности (модульного построения) за счет повышения ответственности научно-педагогических работников и администрации ЗВО при формировании стратегии принятия групповых решений по созданию образовательных технологий, опирающихся на Государственные образовательные стандарты.

2. Принцип иерархического и циклического построения образовательных стандартизованных технологий.

Этот принцип состоит в том, что образовательная стандартизованная технология как процесс должен состоять из множества взаимосвязанных между собой технологий обучения, которые повторяются каждый учебный год с некоторыми изменениями.

3. Принцип эволюционного преобразования образовательных стандартизованных технологий.

Этот принцип состоит в том, что при организации современных образовательных стандартизованных технологий необходимо сохранить и использовать методы и способы традиционных методик преподавания, которые показали высокую эффективность в процессе обучения.

4. Принцип открытости образовательных стандартизованных технологий.

Этот принцип состоит в возможности интегрировать в образовательные стандартизованные технологии элементы информационных технологий (лингвистических, геоинформационных, интеллектуальных и др.).

5. Принцип использования в образовательных стандартизованных технологиях интеллектуальных систем поддержки образовательных процессов и их модерирования в реальном масштабе времени.

Этот принцип состоит в том, что для построения и использования образовательных стандартизованных технологий необходимы специальные инструментальные средства, обеспечивающие работу преподавателей по созданию моделей дисциплин и профессиональных знаний студентов.

### 1.2.3 Состав и структура образовательной стандартизованной технологии «Систематизация»

Образовательная технология строится на основе традиционных методов организации учебного процесса в ЗВО. Разработанная технология предполагает наличие на кафедре сайта или системы поддержки образовательных процессов кафедры. Кроме того, она предполагает умение научно-педагогических работников кафедры создавать качественные модели учебных дисциплин в виде конспектов лекций, учебных пособий, учебников или их аналогов в электронном виде (электронных учебников, экспертных обучающих систем, моделей учебных знаний и т. д.). Для сокращения записи в дальнейшем словосочетание «образовательная стандартизованная технология «Систематизация» будем писать «образовательная технология».

Основу образовательной технологии составляют:

– научно-педагогические работники, являющиеся носителями специальных знаний, обеспечивающих формирование у студентов комплекс профессиональных знаний и компетенций в рамках приобретаемой специальности;

– студенты, желающие стать носителями профессиональных знаний и компетенций по выбранной специальности;

– учебный план, который определяет параметры и характер обучения студентов в рамках специальности.

Кроме того, особое место в образовательной технологии занимают процессы моделирования. Выделим следующие модели:

– модели учебных дисциплин, формируемые научно-педагогическими работниками и размещающиеся на страницах системы поддержки образовательных процессов кафедры. Например, модели учебных дисциплин «Основы теории систем», «Математическая обработка геодезических измерений» и «Научно-исследовательская работа студентов» (название последней не совпадает с названием дисциплины и имеет название «От студента до профессора») размещены в системе поддержки образовательных процессов кафедры [П6];

– индивидуальные модели учебных дисциплин, формируемых студентами;

– атласы профессиональных знаний студентов, представляющие собой взаимосвязанную совокупность моделей учебных дисциплин, составленных каждым студентом за время обучения;

– платформа моделей профессиональных знаний, которая представляется совокупностью моделей учебных дисциплин, разработанных научно-педагогическими работниками в рамках специальности;

– настоящее учебное пособие, которое предназначено для систематизации знаний, как студентов, так и преподавателей в рамках специальности «Геодезия и землеустройство» играет роль научно-технологического обеспечения образовательной технологии «Систематизация».

Схема использования учебного материала данного пособия при формировании у студентов профессиональных знаний приведена на рисунке 1.8.

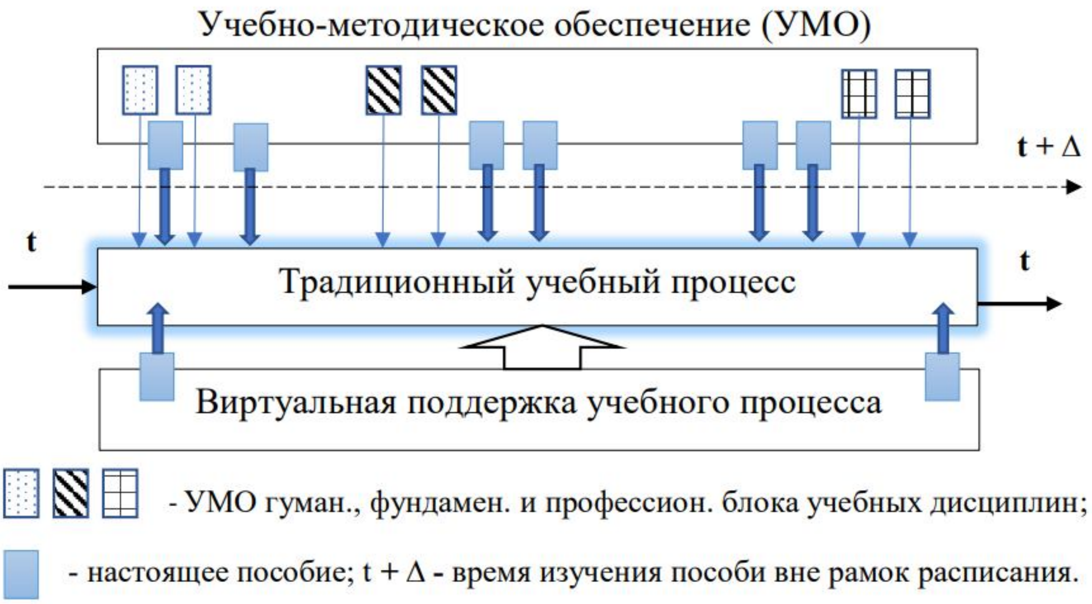



Рисунок 1.8 – Иллюстрация использования настоящего учебного пособия в образовательной технологии «Систематизация»

В основу рассматриваемой образовательной технологии положен традиционный учебный процесс, который имеет все виды обеспечения, в том числе и научно-технологическое обеспечение.

Разработанное учебное пособие может быть использовано каждым участником учебного процесса, и причем в любой момент времени реализации образовательной технологии: преподавателями с целью ориентации в многочисленном учебном материале и обеспечении как логических, так и семантических связей между дисциплинами и, следовательно, между разрабатываемыми моделями учебных дисциплин; студентами с целью систематизации своих знаний и компетенций в процессе самостоятельной работы. Кроме того, учебный материал настоящего пособия может быть полезным для студента с точки зрения оценки необходимого объема своих профессиональных знаний.

На рисунке 1.8 также показано, что данное пособие в случае его размещения в системе поддержки образовательных процессов кафедры может являться элементом виртуальной поддержки учебного процесса.

### 1.2.4 Краткая характеристика научно-технологического обеспечения стандартизированной образовательной технологии «Систематизация»

В предыдущем пункте настоящего подраздела (см. рис. 1.8) показано, что учебный материал рассматриваемого пособия изучается самостоятельно или факультативно. Заметим, что математическая поддержка процесса обучения студентов предполагает два варианта доступа к учебному материалу данного пособия. Это непосредственно изучение и следование рекомендациям настоящего пособия и с использованием Интернет-ресурса (пособие выставляется на сайте кафедры), так как многие студенты обладают современной мобильной связью и систематизировать свои знания могут через виртуальное пространство.

Важно отметить, что при формировании профессиональных знаний, умений и навыков специалиста в области геодезии и землеустройства большую роль играет информационно-лингвистическое обеспечение, основу которого составляют методы и представления семиотики – науки о знаках и знаковых системах. Данное утверждение основано на том, что большинство дисциплин учебного плана по рассматриваемой специальности связано с построением схем, планов, чертежей, карт, в том числе и электронных. Кроме того, как показывает практика, студенты слабо владеют алфавитом и грамматикой языка науки, в частности языка математики, и затрудняются формально представлять объекты, процессы и явления изучаемой предметной области. Поэтому в первом (гуманитарном) разделе данного пособия предусмотрен материал с основными сведениями о семиотике.

Изучение учебного материала фундаментальных дисциплин в технологии «Систематизация» дополняются сведениями, имеющими математическую направленность. Второй раздел настоящей работы «Научные основы ноогеоматики» является в настоящем пособии центральным. Его важность подчёркивается известным высказыванием Г. Галилея «Тот, кто хочет решить задачу естественных наук без помощи математики, ставит перед собой задачу, которую невозможно решить». В нашем случае естественной наукой является география, а задачами определение формы Земли, создание электронных карт и в целом геоинформационных систем и технологий. Напомним, что информатика является одним из разделов более общей науки – кибернетики, что обусловливает определенные требования к созданию прикладных интеллектуальных геоинформационных технологий.

Здесь необходимо отметить, что предлагаемое учебное пособие будет полезно не только студентам, но и преподавателям, в качестве математической поддержки дисциплин, которые они преподают в рамках специальности.

Заключительный, третий раздел пособия «Профессиональные основы специальности, или от геоподосновы до интеллектуальных геоинформационных систем», следует изучать на четвертом курсе бакалавриата и в магистратуре при написании магистерских диссертаций (работ). Содержание настоящего раздела предназначено для проведения исследовательских работ и построения прикладных геоинформационных технологий с учетом знаний, и компетенций, полученных студентами при изучении дисциплины «Научно-исследовательская работа студентов.

Кроме того, важно отметить, что в образовательной технологии «Систематизация» предусмотрена процедура создания студентами атласа индивидуальных знаний и компетенций. О чем идет речь? В процессе обучения студентов по специальности им с первого курса предлагается обобщать свои знания по различным дисциплинам и оформлять их в виде атласа профессиональных знаний, размещая в нем сведения, которые связаны с геодезией и землеустройством. В качестве примера такой атлас разработала студентка 5-го курса А. Р. Левченко. Он является дополнением к настоящему пособию и служит самостоятельным элементом научно-технологического обеспечения технологии «Систематизация». Кроме того, в этом дополнении размещен шаблон атласа, который на протяжении всего обучения каждый студент должен заполнить. Атлас знаний студентов состоит из 4-х частей (каждая часть соответствует курсу обучения). К оформлению атласа предъявляются соответствующие требования, одно из которых заключается в том, что он должен содержать сведения о компетенциях студента, которые он получил в течение каждого курса. По сути, студенты кратко должны отразить в атласе умения, которые они приобрели на различных видах практик.

Оформленный за 4 года обучения атлас профессиональных знаний может стать дополнительным аргументом при оценивании итоговых результатов обучения студента при сдаче выпускных экзаменов или защите дипломной работы (проекта).

### 1.2.5 Моделирование – основной метод стандартизованной образовательной технологии «Систематизация»

Из курса «Основы теории систем и системного анализа» известно, что одним из эффективных исследовательских методов является метод моделирования. Данный метод позволяет вводить ограничения и допущения для изучения исследуемого объекта, процесса или явления. В данном случае речь идет об исследованиях. Возникает вопрос о роли метода моделирования в обучении и образовании. На наш взгляд, использование метода моделирования в обучении и образовании заложил еще Я. А. Коменский в своем, надеемся известном всем научно-педагогическим работникам, произведении «Великая дидактика», написанном им в XVII веке.

К современному пониманию процесса моделирования в обучении и образовании нас приводят следующие дидактические принципы: наглядность, природосообразность, системность и другие.

Разве современный преподаватель, изображая традиционным способом при помощи классной доски и мела формулы, схемы, эскизы или какие-либо пространственные фигуры не моделирует то, что он хочет донести до студентов? А разве при помощи языка преподаватель не создает мыслительный образ в сознании студентов, поясняя те или иные детали рассматриваемых вопросов на лекции? Неужели учебный план подготовки, например бакалавров не является прогнозной моделью процесса обучения студентов?

Отвечая на эти вопросы утвердительно и учитывая, что современный преподаватель с целью моделирования может использовать мощный компьютерный инструментарий в виде соответствующих графических редакторов, специальных программ, редакторов формул, текстов и т.д. может создавать модели объектов и процессов любой сложности.

Учитывая вышесказанное и используя укрупненную схему образовательной технологии «Систематизация», изображенную на рисунке 1.8, поясним особенности отдельных процессов моделирования и создания платформы моделей учебных дисциплин (рис. 1.9).

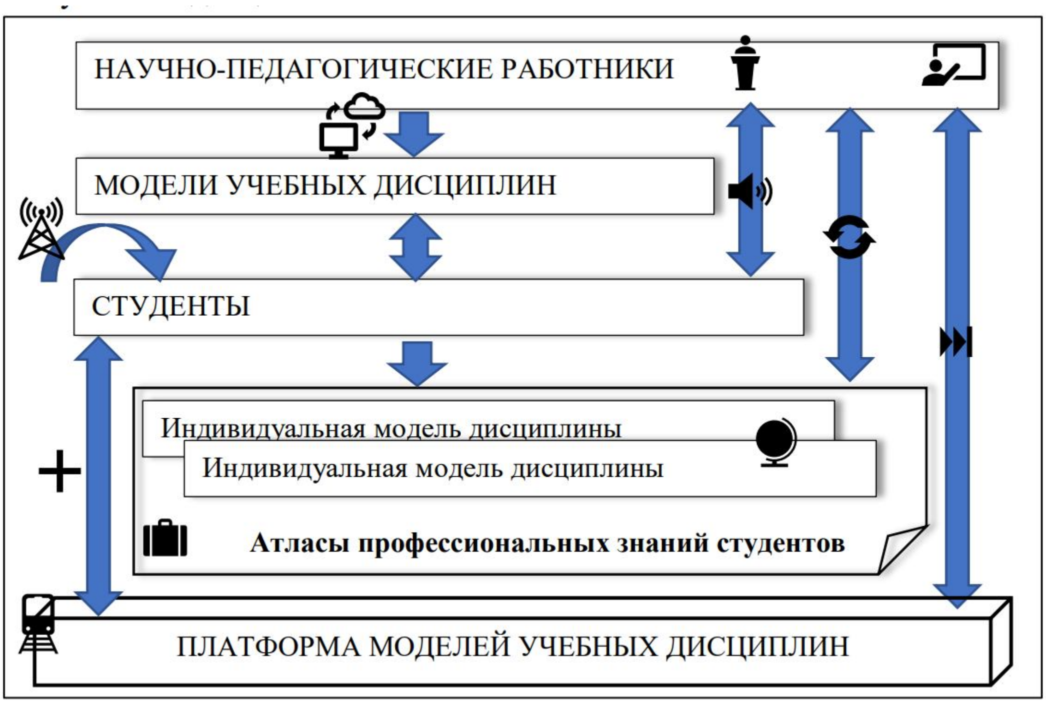



Рисунок 1.9 – Обобщенная схема технологии «Систематизация»

Предварительно сведем в таблицу 1.1 специальные символы, представленные на схеме (рис. 1.9) и дадим им соответствующую интерпретацию.

Таблица 1.1 – Таблица символов образовательной технологии и их интерпретация

| Символ | Интерпретация символов |
|---|---|
|  | Процесс создания (проектирования) преподавателями моделей учебных дисциплин |
|  | Процессы и процедуры коммуникаций традиционными методами между студентами и преподавателями |
|  | Процессы и процедуры коммуникаций между студентами и преподавателями с использованием IT-технологий |
|  | Процессы и процедуры обучения студентов с использованием Интернет |
|  | Процессы и процедуры создания индивидуальных моделей дисциплин каждым студентом |
|  | Процессы и процедуры формирования студентами атласа профессиональных знаний |
|  | Процессы и процедуры оценки индивидуальных моделей студентов, и обсуждение отдельных из них на заседании кафедры с целью корректировки учебных программ и планов |

Продолжение таблицы 1.1

| Символ | Интерпретация символов |
|---|---|
| + | Процессы и процедуры обучения студентов на основе моделей дисциплин, представленных на платформе моделей учебных дисциплин преподавателями |
| ⏭ | Процессы и процедуры корректировки, установки и удаления моделей учебных дисциплин с платформы |
| 🚆 | Платформа моделей учебных дисциплин, на которой они размещаются и систематизируются по специальностям кафедры |

Зададим временные рамки образовательной технологии и выделим ее три основных этапа: предварительный, информационно-коммуникационный и итоговый (рис. 1.10).


Рисунок 1.10 – Основные этапы образовательной стандартизованной технологии

Образовательную технологию условно разделим на два взаимосвязанных процесса – преподавание и обучение. Носителями знаний в этом процессе является преподаватели (Р), а студенты являются обучаемыми, которые формируют свои профессиональные знания (С).

Будем полагать, что образовательная технология «запускается» сначала разработки условным преподавателем модели учебной дисциплины, которую ему поручили преподавать студентам (рис. 1.11).

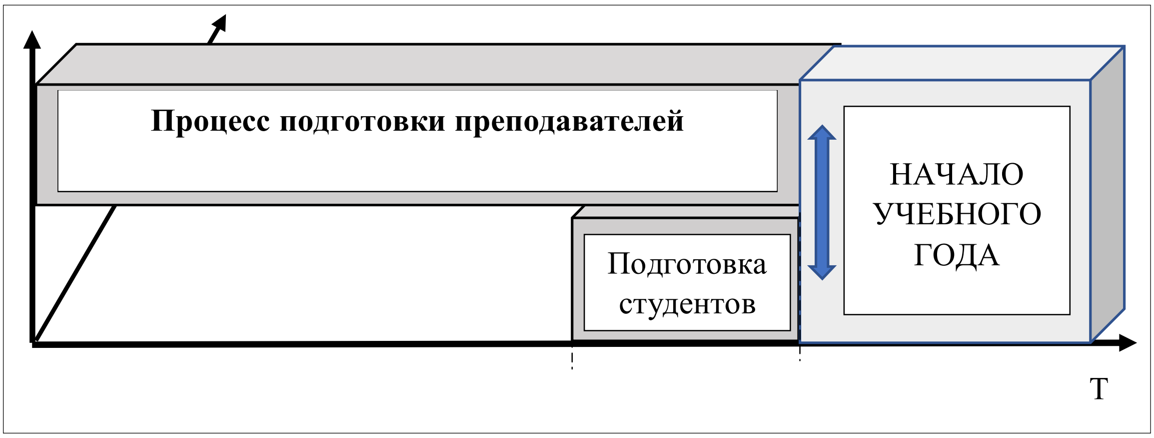



Рисунок 1.11 – Обобщенная схема предварительного этапа реализации технологии «Систематизация»

Обозначим это время $t_{\text{н тх}}^{P}$. Студенты как основные элементы входят в технологический процесс гораздо позже, чем преподаватель. Это время, обозначим его $t_{\text{н тх}}^{\text{С}}$, на подготовительном этапе технологии, как правило, находится в непосредственной близости к началу учебного года $t_{\text{н уг}}^{\text{Р}\leftrightarrow\text{С}}$. Сразу отметим, что временные границы начала реализации образовательной технологии условны и размыты по причине сложности отношений между участниками технологии (многие ко многим), а также другими факторами, связанными с субъективными особенности как преподавателей, так и студентов.

Из рисунка 1.11 видно, что с момента времени $t_{\text{н тх}}^{P}$ и $t_{\text{н тх}}^{\text{С}}$ два технологических процесса протекали независимо друг от друга, а в момент времени $t_{\text{н уг}}^{\text{Р}\leftrightarrow\text{С}}$ (принятое время начала учебного процесса) объединяются в единый технологический процесс. По сути, это время является началом информационно-коммуникационного этапа образовательной технологии.

Особенностью данного этапа образовательной технологии является то, что к студентам предъявляются требования, во-первых, по созданию вместо традиционных конспектов лекций индивидуальных моделей учебных дисциплин, а во-вторых, постепенное, в течение всей учебы формирование атласа своих профессиональных знаний.

Необходимо отметить такую важную процедуру в образовательной технологии, как мотивацию студентов к созданию моделей дисциплин для систематизации своих знаний. Хорошим мотивом, на наш взгляд, могут служить для студентов требования обязательного построения модели по каждой дисциплине и демонстрации ее на экзаменах или зачетах. Качество созданных студентами моделей дисциплин могут быть дополнительной информацией для выставления им той или иной оценки.

В качестве примера автором настоящего пособия А. Р. Левченко разработана, на наш взгляд, наиболее полная модель профессиональных знаний и представлена в виде атласа как дополнение к настоящему пособию. Кроме того, в дополнении к пособию размещен шаблон, заполняя который, студенты смогут создать подобную модель своих профессиональных знаний. Образовательная технология предполагает креативный подход студентов к созданию атласа своих профессиональных знаний. Предварительная апробация создания подобных атласов студентами 2-го и 4-го курсов показала возможность их создания в широком диапазоне форм, методов и средств визуализации. Примеры этих атласов фрагментарно приведены в приложении Б.

Информационно-коммуникационному этапу образовательной технологии характерны все 10 процессов и процедур, приведенных в таблице 1.1.

Предлагаемая образовательная технология предполагает некоторые изменения традиционного окончания обучения по специальности. Они заключаются в том, чтобы студенты предоставляли Государственной экзаменационной комиссии (далее ГЭК) не только записку дипломной работы, но и атлас своих профессиональных знаний, что на наш взгляд, позволит оценить учебную работу студентов за отчетный период, например, за 4 года обучения. Кроме того, защищаемая студентом дипломная работа с атласом профессиональных знаний позволит членам ГЭК всесторонне оценить знания и компетенции выпускника ЗВО.

## 1.3 Галерея и источники знаний по специальности

### 1.3.1 Ученые, знания которых лежат в основе ноогеоматики

В данном пункте настоящей работы приведена обобщенная схема (см. рис. 1.12), на которой изображены ученые, знания которых легли в основу формирования профессиональных знаний студентов по специальности.

Приведенная на рисунке 1.12 схема, конечно же является не полной, так как на одной странице невозможно поместить фотографии всех ученых – носителей знаний, на которых основываются профессиональные знания студентов по специальности «Геодезия и землеустройство». За рамками этой схемы остались такие выдающиеся ученые, как Птолемей, Галилей, Ньютон, Струве, Гумбольдт, Риман, Шеннон и другие ученые, внесшие значительный вклад в развитие геодезии, информатики, а затем геоматики и ноогеоматики.

Особенностью рассматриваемой схемы является то, что ее структура изоморфна структуре учебного плана, т. е. фотографии ученых представляют собой три класса. Ученые – носители гуманитарных знаний, в основном философы, ученые – носители фундаментальных знаний, в основе которых лежит математика, и ученые – носители профессиональных знаний по специальности. Кроме того, на схеме показаны заведующие тех кафедр, которые обеспечивают формирование профессиональных знаний студентов, а именно, доктор философских наук, профессор, заведующий кафедрой философии и политологии В. В. Коржаков, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики М. И. Колосов, а также основатель и заведующий кафедрой геодезии и геоинформационных систем с 1971 по 2003 год (в настоящее время «Земельного администрирования и геоинформационных систем») – кандидат технических наук, доцент, профессор кафедры В. Д. Шипулин.

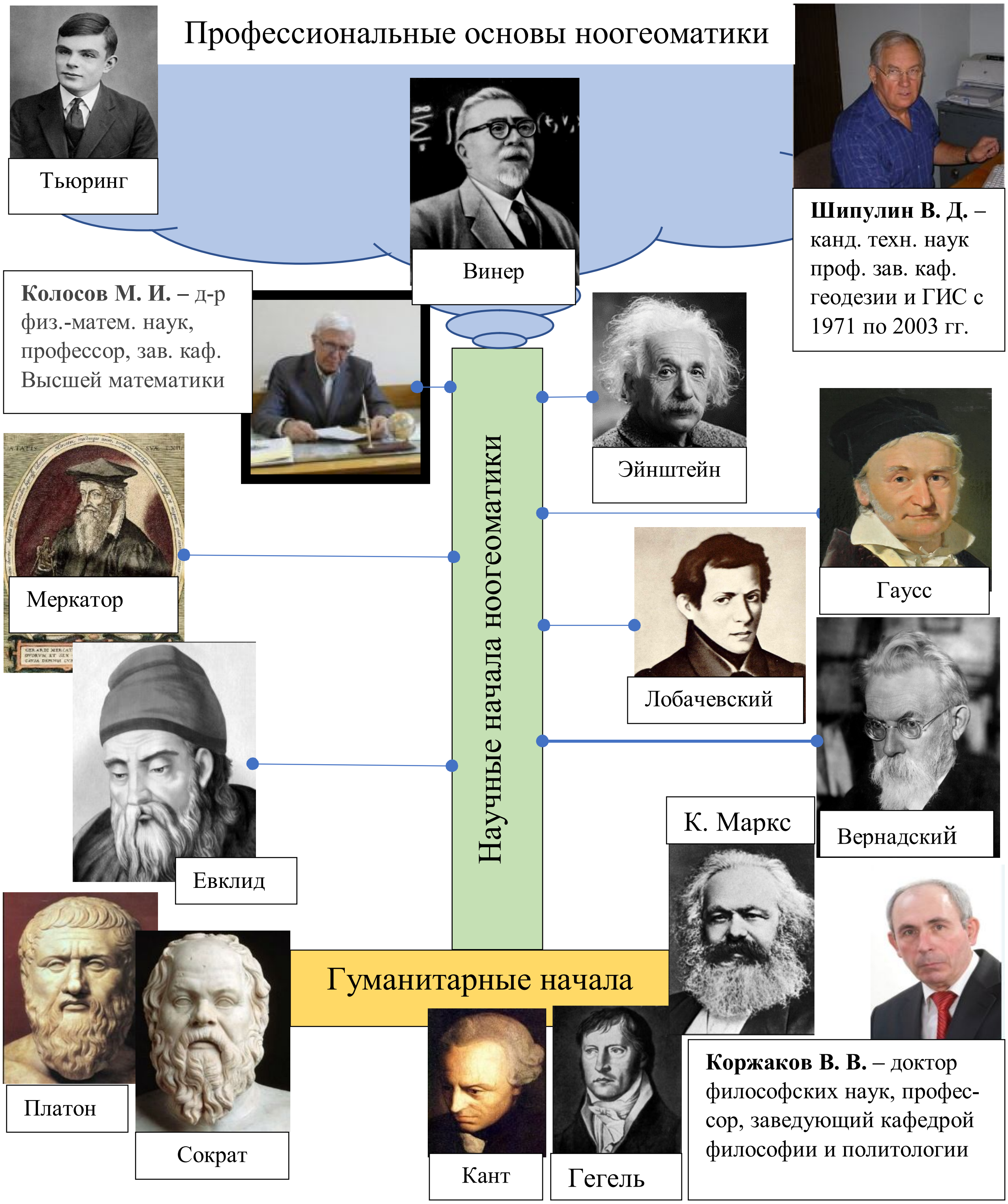



Рисунок 1.12 – Обобщенная схема носителей знаний по специальности

В настоящем пункте представим научные, научно-экспериментальные и методические работы автора, которые привели его к идее создания настоящего учебного пособия (см. рис. 1.13).

Рисунок 1.13 – Автор учебного пособия профессор К. А. Метешкин

*Основные источники знаний автора пособия*

Нумерация приведенных ниже работ соответствует анафорическим ссылкам, сделанным в предисловии настоящей работы [П1–П8].

**Источник П1.** Метешкин К. А. Теоретические основы построения интеллектуальных систем управления учебным процессом в вузе : монография / К. А. Метешкин. – Харьков : Экограф, 2000. – 278 с.

**Источник П2.** Белова Л. А. Логико-математические основы управления учебными процессами вузов : монография / Л. А. Белова, К. А. Метешкин, О. В. Уваров. – Харьков : Восточно-региональный центр гуманитарно-образовательных инициатив, 2001. – 272 с.

**Источник П3.** Метешкин К. А. Кибернетическая педагогика теоретические основы управления образованием на базе интегрированного интеллекта : монография / К. А. Метешкин. – Харьков : МСУ, 2004. – 400 с.

**Источник П4.** Метешкин К. А. Кибернетическая педагогика: лингвистические технологии в системах с интегрированным интеллектом : монография / К. А. Метешкин. – Харьков : МСУ, 2006. – 238 с.

**Источник П5.** Основы теории систем: инновационная авторская технология обучения «Партнерство» : учеб. пособие / [К. А. Метешкин, Д. А. Конь, Р. Х. Ахмедова и др.] ; под ред. К. А. Метешкина ; Харьков. нац. ун-т гор. хоз-ва им. А. Н. Бекетова. – Харьков : ХНУГХ им. А. Н. Бекетова, 2016. – 236 с.

**Источник П6**. Метешкин К. А. От студента до профессора : «Живое» автобиографическое учебное наглядное пособие / К. А. Метешкин, Д. А. Конь ; Харьков. нац. ун-т гор. хоз-ва им. А. Н. Бекетова. – Харьков : ХНУГХ им. А. Н. Бекетова, 2018. – 363 с.

**Источник П7.** Метешкин К. А. Краеугольные камни пирамиды знаний научно-педагогических и педагогических работников XXI век : учебник / К. А. Метешкин ; Харьк. нац. акад. гор. хоз-ва. – Харьков : ХНАГХ, 2012. – 335 с.

**Источник П8.** Метешкин К. А. Познай самого себя: опыт экспериментальной игры со студентами в виртуальном пространстве: наглядное пособие для научно-педагогических работников / К. А. Метешкин, Д. В. Шаульский ; Харьков. нац. ун-т гор. хоз-ва им. А. Н. Бекетова. – Харьков : ХНУГХ им. А. Н. Бекетова, 2014. – 114 с.

### 1.3.2 Источники к разделу 1 «Карта специальности»

В данном пункте перечислены источники знаний к первому разделу настоящего пособия.

1. Основы теории систем: инновационная авторская технология обучения «Партнерство» : учеб. пособие / [К. А. Метешкин, Д. А. Конь, Р. Х. Ахмедова и др.] под ред. К. А. Метешкина ; Харьков. нац. ун-т гор. хоз-ва им. А. Н. Бекетова. – Харьков : ХНУГХ им. А. Н. Бекетова, 2016. – 236 с.

2. Шипулин В. Д. Основные принципы ГИС : учеб. пособие / В. Д. Шипулин ; Харьков. нац. акад. гор. хоз-ва. – Харьков : ХНАГХ, 2010. – 236 с.

3. Эллипсоид Красовского [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://ru.wikipedia.org/wiki/, свободный – (дата обращения: 25.04.19). – Заголовок с экрана.

4. ДСТУ 2481–94 Інтелектуальні інформаційні технології. Терміни та визначення. – Чинний від 1995–01–01. – Київ : Інститут кібернетики ім. В. Глушкова, 1994. – 12 с.

5. Вернадский Владимир Иванович [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/, свободный – (дата обращения: 25.04.19). – Заголовок с экрана.

### 1.3.3 Источники гуманитарных знаний

В данном пункте перечислены источники знаний ко второму разделу настоящего пособия. Нумерация источников знаний осуществляется в строгом порядке раздела 2 «Гуманитарные начала ноогеоматики». В списке источников знаний выделены учебник и учебные пособия, написанные на кафедре «Земельного администрирования и геоинформационных систем».


1. Философия [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://ru.wikipedia.org/wiki/, свободный – (дата обращения: 25.04.19). – Заголовок с экрана.
2. Земельный Кодекс Украины (статья 181) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2768-14, свободный – (дата обращения: 25.04.19). – Заголовок с экрана.
3. Гравитация [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://ru.wikipedia.org/wiki, свободный – (дата обращения: 25.04.19). – Заголовок с экрана.
4. Метешкин К. А. Краеугольные камни пирамиды знаний научно-педагогических и педагогических работников. XXI век : учебник / К. А. Метешкин ; Харьков. нац. акад. гор. хоз-ва. – Харьков : ХНАГХ, 2012. – 335 с.
5. Метешкін К. О. Математична обробка геодезичних вимірів : навч. посібник / К. О. Метешкін, Д. В. Шаульский ; Харків. нац. акад. міськ. госп-ва. – Харків : ХНАМГ, 2012. – 181 с.
6. Кун Т. Структура научных революций : пер. с англ. / Т. Кун ; сост. В. Ю. Кузнецов. – Москва : ООО «Издательство АСТ», 2003. – 605 с.
7. Розенталь Д. Э. Словарь-справочник лингвистических терминов : Пособие для учителя / Д. Э. Розенталь, М. А. Теленкова ; 3-е изд., испр. и доп. – Москва : Просвещение, 1985. – 399 с.
8. Язык [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://ru.wikipedia.org/wiki/, свободный – (дата обращения: 25.04.19). – Заголовок с экрана.
9. Мозжерин В. В. Практикум по картографии. Математическая основа карт : учебно-методическое пособие / В. В. Мозжерин. – Казань : из-во КГУ, 2005. – 99 с.
10. Картографическая семиотика [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://900igr.net/prezentacija/geografija/kartograficheskie-sposoby-izobrazhe-nija-63601/kartograficheskaja-semiotika-6.html, свободный – (дата обращения: 25.04.19). – Заголовок с экрана.

11. Проекция карты Меркатора на современный мир [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://huan-de-vsad.livejournal.com/20912.html, свободный – (дата обращения: 20.02.19). – Заголовок с экрана.

12. Александр Гумбольдт [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://ru.wikipedia.org/wiki, свободный – (дата обращения: 09.02.19). – Заголовок с экрана.

13. Вернадский Владимир Иванович [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://ru.wikipedia.org/, свободный – (дата обращения: 09.03.18). – Заголовок с экрана.

14. Арифмометр Лейбница [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://ru.wikipedia.org/wiki/, свободный – (дата обращения: 19.07.18). – Заголовок с экрана.

15. Аксель Иванович Берг [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://ru.wikipedia.org/wiki/, свободный – (дата обращения: 10.08.18). – Заголовок с экрана.

16. Шилина Г. В. Основы геоинформатики [Электронный ресурс] / Г. В. Шилина// Курс лекций для студентов. – Режим доступа : https://studfiles.net/preview/4378779/, свободный – (дата обращения: 10.08.18). – Заголовок с экрана.

17. Пирамида началась с воздуха [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://militaryarticle.ru/voenno-kosmicheskaya-oborona/12656-piramida-nachinalas-s-vozduha, свободный – (дата обращения: 14.05.18). – Заголовок с экрана.

18. Характрон [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://dic.academic.ru/dic.nsf/bse/146754, свободный – (дата обращения: 19.05.18). – Заголовок с экрана.

19. Командование воздушно-космической обороны Северной Америки. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/, свободный – (дата обращения: 19.05.18). – Заголовок с экрана.

### 1.3.4 Источники фундаментальных знаний

В данном пункте перечислены источники знаний к третьему разделу настоящего пособия. Нумерация источников знаний осуществляется в строгом порядке раздела 3 «Научные основы ноогеоматики».

1. Науки о земле [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://ru.wikipedia.org/wiki/, свободный – (дата обращения: 19.06.18). – Заголовок с экрана.

2. Языковая систематика [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://ru.wikipedia.org/wiki/, свободный – (дата обращения: 10.04.18). – Заголовок с экрана.

3. Начала (Евклид) [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://ru. wikipedia.org/wiki/, свободный – (дата обращения: 11.02.18). – Заголовок с экрана.

4. Теорема Пифагора [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://ru. wikipedia.org/wiki/, свободный – (дата обращения: 11.01.18). – Заголовок с экрана.

5. По страницам сочинения Герона Александрийского «О диоптре» [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://www.physbook.ru/index.php/, свободный – (дата обращения: 07.08.18). – Заголовок с экрана.

6. Герон Александрийский «Метрика» [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://kolizej.at.ua/forum/21-461-1, свободный – (дата обращения: 11.08.18). – Заголовок с экрана.

7. Рене Декарт (Геометрия) [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://ru.wikipedia.org/wiki/, свободный – (дата обращения: 01.04.18). – Заголовок с экрана.

8. Метешкин К. А. Краеугольные камни пирамиды знаний научно-педагогических и педагогических работников XXI век : учебник / К. А. Метешкин ; Харьков. нац. акад. гор. хоз-ва. – Харьков : ХНАГХ, 2012. – 335 с.

9. Леонард Эйлер [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://ru. wikipedia.org/wiki/, свободный – (дата обращения: 08.04.18). – Заголовок с экрана.

10. Углы Эйлера [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://ru. wikipedia.org/wiki/, свободный – (дата обращения: 08.04.18). – Заголовок с экрана.

11. Система координат [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://ru. wikipedia.org/wiki/, свободный – (дата обращения: 08.05.18). – Заголовок с экрана.

12. Список картографических проекций [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://ru.wikipedia.org/wiki/, свободный – (дата обращения: 07.05.18). – Заголовок с экрана.

13. Начертательная геометрия [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://ru.wikipedia.org/wiki/, свободный – (дата обращения: 17.06.18). – Заголовок с экрана.

14. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы : пер. с англ. / Б. Мандельброт ; пер. англ. А. Р. Логунова. – Москва : Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.

15. Б. Мандельброт : фракталы и искусство изломанности. [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https:// www.ted.com/talks/benoit_mandelbrot_fractals_the_art_of_roughness?language=ru#t-995174, свободный – (дата обращения: 19.06.18). – Заголовок с экрана.

16. Список фракталов по размерности Хаусдорфа. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://en.wikipedia. org/wiki/List_offractals_by_Hausdorff_dimension, свободный – (дата обращения: 17.06.18). – Заголовок с экрана.

17. Шаблоны в природе [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://en.wikipedia.org/wiki/Patterns_in_nature, свободный – (дата обращения: 07.07.18). – Заголовок с экрана.

18. Кроновер Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории / пер. с англ. / Р. М. Кроновер ; пер. с англ. Т. Э. Кренкель, А. Л. Соловейчик ; под. Ред. Т. Э. Кренкеля. – Москва : Постмаркет, 2000. – 350 с.

19. Специальная теория относительности [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://ru.wikipedia.org/wiki/, свободный – (дата обращения: 09.11.18). – Заголовок с экрана.

20. Общая теория относительности [Электронный ресурс]. – Режимдоступа : https://www.google.com/, свободный – (дата обращения: 01.12.18). – Заголовок с экрана.

21. Черная дыра [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://ru. wikipedia.org/wiki/, свободный – (дата обращения: 09.12.18). – Заголовок с экрана.

22. Световой конус [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://dic.academic.ru/dic.nsf/enc_physics/, свободный – (дата обращения: 21.01.19). – Заголовок с экрана.

23. Гипотеза многомерного времени в современных физических теориях [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://oko-planet. su/science /sciencehypothesis/49681-gipoteza-mnogomernogo-vremeni-v-ovremennyx.html, свободный – (дата обращения: 21.02.19). – Заголовок с экрана.

24. Howard Eves, «Two Surprising Theorems on Cavalieri Congruence», The College Mathematics Journal, volume 22, number 2, March, 1991, Pages 118–124.

25. Метод неделимых [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://ru.wikipedia.org/wiki/, свободный – (дата обращения: 29.02.19). – Заголовок с экрана.

26. Бронштейн И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев ; Главная редакция физико-математической литературы. – Москва : Наука, – 1981. – 717 с.

27. Теорема Ньютона-Лейбница [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://www.youtube.com/watch?v=6TpdAtdnb0Y, свободный – (дата обращения: 27.02.19). – Заголовок с экрана.

28. Метешкін К. О. Математична обробка геодезичних вимірів / К. О. Метешкін, Д. В. Шаульскій ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2014. – 114 с.

29. Николо Бурбаки [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://ru.wikipedia.org/wiki/, свободный – (дата обращения: 27.02.19). – Заголовок с экрана.

30. Глухоедов А. В. Компьютерная геометрия и графика : учеб. пособие / А. В. Глухоедов. – Белгород : Изд-во БГТУ, 2011. – 117 с.

31. Метешкин К. А. Краеугольные камни пирамиды знаний научно-педагогических и педагогических работников XXI век : учебник / К. А. Метешкин ; Харьков. нац. акад. гор. хоз-ва. – Харьков : ХНАГХ, 2012. – 335 с.

### 1.3.5 Источники профессиональных знаний

В данном пункте перечислены источники знаний к четвертому разделу настоящего пособия. Нумерация источников знаний осуществляется в строгом порядке раздела 4 «Профессиональные основы специальности или от геоподосновы до интеллектуальных геоинформационных систем».

1. План местности [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://ru.wikipedia.org/wiki/, свободный – (дата обращения: 29.03.19). – Заголовок с экрана.

2. Топографические планы [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://www.prom-terra.ru/uslugi/geodezicheskie-raboty/topograficheskie-plany/, свободный – (дата обращения: 19.03.19). – Заголовок с экрана.

3. Метешкін К. О. Математична обробка геодезичних вимірів : навчальний посібник / К. О. Метешкін, Д. В. Шаульский ; Харків. нац. акад. міськ. госп-ва. – Харків : ХНАМГ, 2012. – 176 с.

4. Метешкін К. О. Практикум з математичної обробки геодезичних вимірів : практикум / К. О. Метешкін, Д. В. Шаульский ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2014. – 100 с.

5. GoogleАналитик [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://analytics.google.com/analytics/web/?hl=ru#/report/visitors-geo/a29135089w55176132p56167444/geotable.plotKeys=%5B%5D&_r.drilldown=a alytics.country:UA/, свободный – (дата обращения: 22.03.19). – Заголовок с экрана.

6. ГИС Аксиома [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://axioma-gis.ru/product/axioma, свободный – (дата обращения: 04.04.19). – Заголовок с экрана.

7. ГИС СОВЗОНД [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://sovzond.ru/, свободный – (дата обращения: 14.04.19). – Заголовок с экрана.

8. Метешкин К. А. Краеугольные камни пирамиды знаний научно-педагогических и педагогических работников XXI век : учебник / К. А. Метешкин ; Харьков. нац. акад. гор. хоз-ва. – Харьков : ХНАГХ, 2012. – 335 с.

9 ДСТУ 2481–94 Інтелектуальні інформаційні технології. Терміни та визначення. – Чинний від 1995–01–01. – Київ : Інститут кібернетики ім. В. Глушкова, 1994. – 12 с.

10. Математика кубика Рубика [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://ru.wikipedia.org/wiki/, свободный – (дата обращения: 15.04.19). – Заголовок с экрана.

# 2 ГУМАНИТАРНЫЕ НАЧАЛА НООГЕОМАТИКИ

## 2.1 Философский аспект изучения Земли и землеустройства

### 2.1.1 Роль и место основных философских категорий в изучении Земли и землеустройства

Всем известно, что философия является царицей наук и в переводе с древнегреческого слово «φιλοσοφία» обозначает любомудрие или любовь к мудрости.

Приведем определение термину «философия», которое в работе [1] трактуется так.

**Философия** – особая форма познания мира, вырабатывающая систему знаний о наиболее общих характеристиках, предельно-обобщающих понятиях и фундаментальных принципах реальности (бытия) и познания, бытия человека, об отношении человека и мира.

Обратим внимание в определении на такие словосочетания: «общие характеристики», «предельно-обобщающие понятия», «бытие человека» и «отношение человека и мира». Очевидно, что учение В. И. Вернадского о ноосфере основываются на этих понятиях. Кроме того, в пп.1.1 при обосновании термина «ноогеоматика» в его определение заложены собственно философские принципы и такие категории философии, как «материя», «пространство», «время» и «общество». Именно эти категории находятся на вершине иерархии наук о Земле и кибернетики – науки об управлении в живой и не живой природе. Покажем на рисунке 2.1 основные предельно-обобщенные философские категории и их взаимосвязь. Дадим определения данным философским категориям и приведем примеры из области геодезии и землеустройства.

**Материя** – физическое вещество, в отличие от психического и духовного. В классическом значении все вещественное, «телесное», имеющее массу, протяжённость, локализацию в пространстве, проявляющее корпускулярные свойства. Материя отражается нашими ощущениями, существуя независимо от них (объективно).

Для специальности «Геодезия и землеустройство» материей можно назвать все, что находиться на земельных участках и Землю в целом, в том числе и общество. Предельно-обобщенный образ данной категории представлен на рисунке 2.1.

Важнейшими формами существование материи, утверждают философы, являются пространство и время.

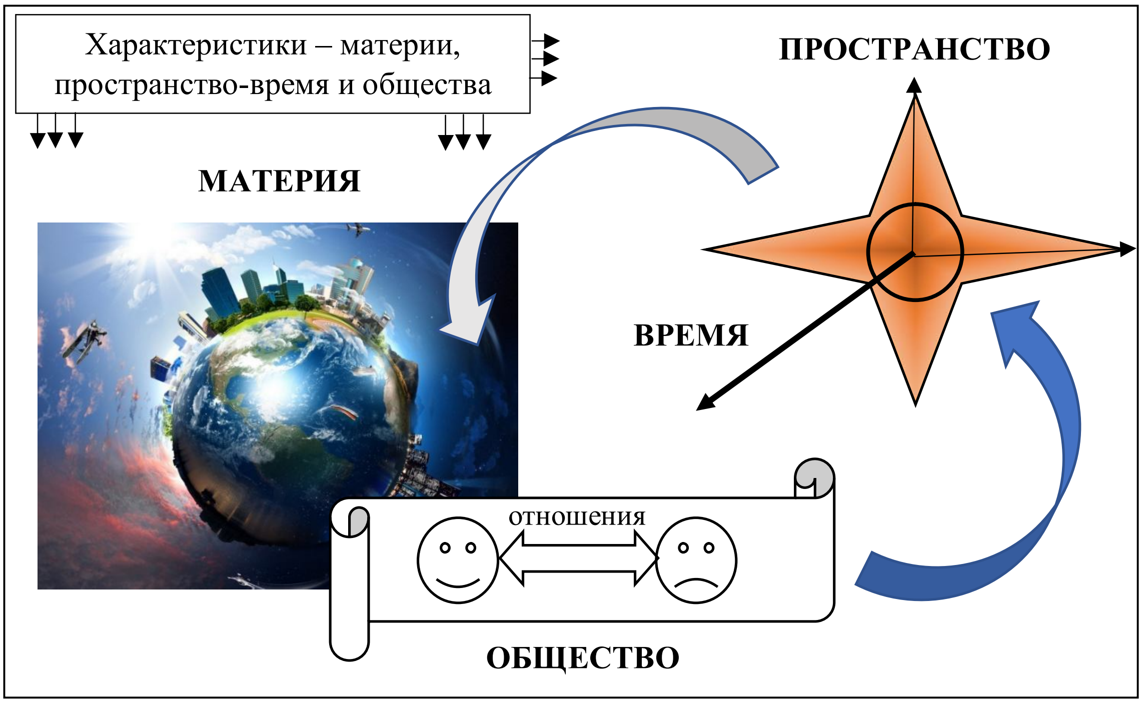



Рисунок 2.1 – Предельно-обобщенные образы философских категорий – материя, пространство-время и общество в их взаимосвязи

**Пространство** – это категория для обозначения протяженности и структурности всех материальных объектов.

**Время** – это категория для обозначения длительности существования и последовательности смены состояний всех материальных объектов.

Пространственно-временной континуум, изображенный на рисунке 2.1, имеет сложную структуру. Он обладает следующими свойствами:

– трехмерности + время;

– симметричности, т.е. необратимых процессов;

– пространство однородно (каждая точка пространства может быть взята за начало координат;

– пространство изотропно, т. е. нет привилегированных направлений (вверх, вниз, влево, вправо).

Сложность объяснения данной философской категории заключается в том, что еще с античных времен философы пытались сформулировать определение термину «пространство». Например, античные атомисты полагали, что все состоит из материальных частиц – атомов и пустого пространства. Исаак

Ньютон образно считал пространство ящиком без стенок. В учении Гегеля пространство – это результат саморазвивающейся абсолютной идеи.

Лейбниц считал пространство «хорошо фундированным явлением», а Кант (в «Критике чистого разума») анализировал пространство как форму всех явлений внешних органов чувств, т. е. как формальное свойство всякого восприятия внешнего мира, благодаря чему только и возможны наши внешние наглядные представления.

Декарт отождествлял материю с протяжением, или пространством. Он сделал выводы о том, что мировая материя (пространство) беспредельна, однородна, не имеет пустот и бесконечно делима.

Именно Р. Декарт переходит от идеалистического к материалистическому представлению о пространстве и дает возможность перейти от философских качественных характеристик пространства к количественным оценкам – определения координаты в трехмерном пространстве, что является основополагающим фактом развития геодезии и землеустройства. Декартову систему координат усовершенствовал Л. Эйлер, который ввел полярную систему координат в пространстве, что привело к развитию сферической геометрии и вычисления объемов материальных тел любой формы через тройные интегралы.

Понятие пространственно-временного континуума предложил Макс Планк в 1906 году, а Эйнштейн использовал его при разработке общей теории относительности.

Понятие пространственно-временного континуума тесно связано с понятием гравитации. Оно в работе [3] трактуется следующим образом.

**Гравитация** (притяжение, всемирное тяготение, тяготение) – универсальное фундаментальное взаимодействие между всеми материальными телами. В приближении малых (по сравнению со скоростью света) скоростей и слабого гравитационного взаимодействия описывается теорией тяготения Ньютона, в общем случае описывается общей теорией относительности Эйнштейна.

Напомним, что геодезия как наука исследует форму земли и ее гравитационное поле.

На рисунке 2.1 в правом верхнем углу показан предельно обобщенный собирательный образ пространственно-временного континуума. Данный знак состоит из географического знака сторон света (север, юг, запад, восток), который, как правило, наносится на географические карты. На изображение этого знака нанесены элементы декартовой системы координат, а также окружность, символизирующая систему полярных координат. Знак также содержит ось времени, характеризующую развитие материи, в том числе и общества.

Из триады философских категорий осталась не рассмотренной категория «общество». Дадим термину «общество» следующее определение.

**Общество** – это совокупность исторически сложившихся форм совместной деятельности людей. Как правило, говоря об обществе, имеют в виду определенный народ, совокупность граждан того или иного государства. Однако понятие «общество» может также обозначать и небольшую группу людей, имеющих общие интересы и взаимодействующих для их достижения.

В нашем случае, говоря с точки зрения учения В. И. Вернадского, который утверждал, что эволюция биосферы Земли развивается в направлении создания ноосферы, за счет развития интеллекта социума и создания интеллектуально-информационной оболочки Земли.

Рассматривая общество (социум) сквозь призму гносеологии, раздела философии, в котором изучается отношения субъекта познания к объекту познания, можно утверждать, что философские обобщения этого раздела непосредственно касаются исследования формы земли и решения задач землеустройства. Следует отметить, что отношения между субъектом(и) и объектом(и) регламентируются Земельным Кодексом Украины [2].

**Землеустройство** – это совокупность социально-экономических мероприятий, направленных на регулирование земельных отношений и рациональной организации территории административно-территориальных образований, субъектов хозяйствования, осуществляемых под влиянием общественно-производственных отношений и развития производственных сил.

Важным с точки зрения философии изучения землеустройства является его цель, которая формулируется в Земельном Кодексе Украины в статье 182, где отмечено, что цель землеустройства заключается в обеспечении рационального использования и охраны земель, создании благоприятной экологической среды и улучшения природных ландшафтов.

Учитывая вышесказанное и тот факт, что современное общество развивается в условиях глобализации и информатизации, а также прозорливое концептуальное учение В. И. Вернадского о ноосфере, обратим внимание на информационную составляющую ноосферы.

В настоящее время не существует однозначного понятия термину «информация». Он применяется в различных науках и трактуется в зависимости от контекста его использования. Например, в **информатике под информацией** понимают совокупность каких-либо сведений, данных, передаваемых устно (в форме речи), письменно (в виде текста, таблиц, рисунков, чертежей, схем, условных обозначений) либо другим способом (например, с помощью звуковых или световых сигналов, электрических и нервных импульсов, перепадов давления или температуры и т. д.).

Вместе с этим существуют и философские определения термину «информация».

1. Информация – результат отражения реальности в сознании человека, представленный на некотором внутреннем языке.

2. Информация – отраженное многообразие.

Из приведенных определений видно, что все многообразие информации о Земле и землеустройстве должна отражаться в сознании у специалистов специальности «Геодезия и землеустройство» специальным языком, в основе которого лежит семиотика. Для специалистов геодезии и землеустройства знаками этого языка являются карты, схемы, чертежи, математические формализмы и т. д.

Из философского определения термина «информация» видно, что ключевым словом в нем является «отображение». Данное понятие широко используется при изучении, как фундаментальных (математических) дисциплин, так и профессиональных. Например, алгебра отношений оперирует такими понятиями как биекция, сюръекция, инъекция, которые используются в математическом обосновании построения типовых слоев при проектировании баз геоданных, геоинформационном анализе и в целом при построении прикладных геоинформационных технологий. К сожалению, объем данного пособия не позволяет рассмотреть более детально философскую теорию отображения.

### 2.1.2 Роль и место основных законов диалектики в изучении Земли и землеустройства

В предыдущем пункте рассмотрены основные философские категории и их трансформация в область изучения Земли и землеустройства. На наш взгляд, важным для студентов является осознание сути философских законов диалектики в процессе изучения геодезии и землеустройства. Дадим определение термину «диалектика». Наиболее распространенными определениями являются следующее:

– диалектика – это наука о всеобщих связях, взаимообусловленности, взаимодействии и развитии явлений;

– диалектика – это наука о всеобщих законах развития природы, общества и мышления;

– диалектика – это наука о том, как возникают, развертываются и разрешаются противоречия.

В диалектике выделяют три основные закона:

1. Закон единства и борьбы противоположностей.

2. Закон перехода количества в качество.

3. Закон отрицания отрицания.

Рассматривая законы диалектики покажем их место среди других законов методологии науки (рис. 2.2). Примеры законов общественных, естественных и технических наук можно найти в работе [4].

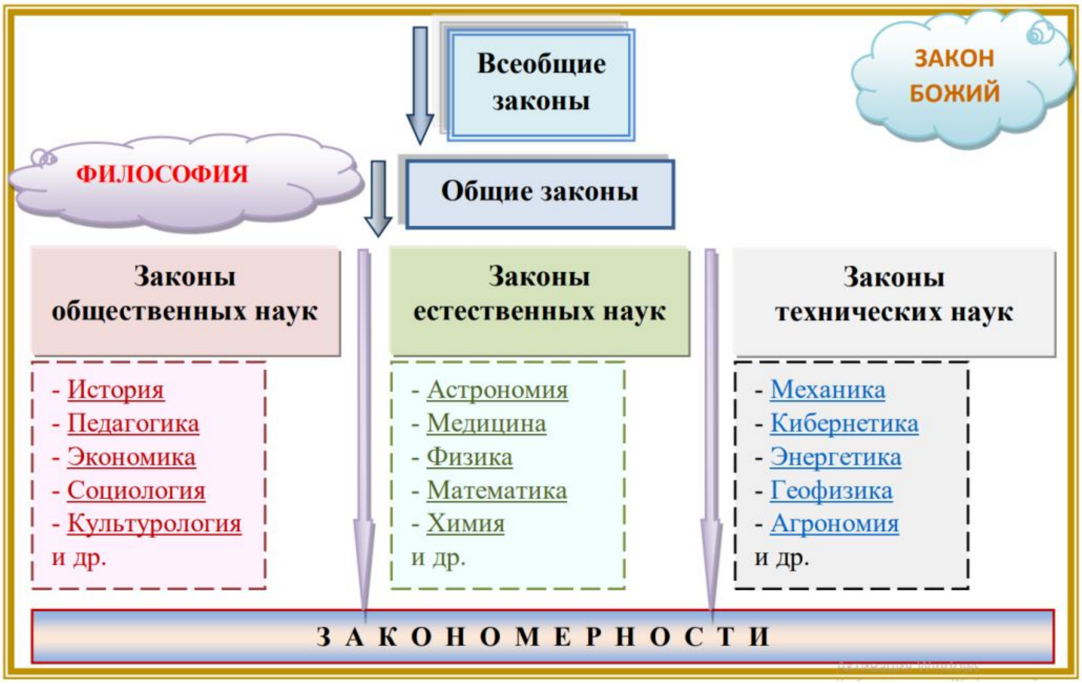



Рисунок 2.2 – Иерархия законов в методологии науки

**Закон единства и борьбы противоположности** дает ответ на вопрос: почему совершается развитие, каков источник, импульс развития?

Покажем действие этого закона на примере процесса обучения студентов. В процессе обучения есть по крайней мере две противоположных стороны процесса, с одной стороны – это студенты, которые желают приобрести профессиональные знания, умения и навыки по выбранной специальности, с другой стороны, преподаватели, которые владеют соответствующими знаниями, умениями и навыками.

В рассматриваемом законе центральной категорией является противоречие, которое определяется в философии, как единство и взаимодействие противоположных сторон, в нашем случае процесса обучения. Наверно каждый студент, проучившись в ЗВО хотя бы один курс, может почувствовать, где в процессе обучения единство, а где противоречие. Правильно. Единство между рассматриваемыми сторонами образуется на лекциях, когда преподаватель излагает суть изучаемого материала, а студенты его внимательно слушают и усваивают материал лекции. Противоречия между сторонами процесса обучения, наверно многие студенты об этом знают, это когда преподаватель на практических занятиях начинает спрашивать студентов и выяснять, знает ли студент материал, изученный на лекциях. Кроме того, масса противоречий между сторонами возникают в зачетный период и в процессе экзаменационной сессии. Здесь проявляется настоящая борьба единства и противоположности. Результатом этой борьбы является продвижение вперед – студент сформировал какую-то часть своих профессиональных знаний, а преподаватель приобрел определенный опыт работы со студентами.

Процесс обучения в ЗВО является сложным. В нем можно выделить и другие стороны, которые показывают единение и противоречия, например, научно-педагогические работники ЗВО – одна сторона, а другая – работники научно-исследовательского отдела или методического отдела. Именно борьба между единством целей и возникающими противоречиями может привести к повышению эффективности учебного процесса и выведение его на новый качественный уровень.

**Закон перехода количества в качество**. Действие данного закона проиллюстрируем примером из геодезической практики, а также учебного материала дисциплины «Математическая обработка геодезических измерений» [5].

Данное учебное пособие содержит материал о свойствах простой арифметической середины при нахождении истинного значения измеренной геодезической величины. Для увеличения точности и достоверности результатов измерений геодезисты делают не одно, а несколько измерений, а потом эти результаты усредняют с целью максимально их приблизить к истинному значению. В теоретических основах математической обработки геодезических измерений выделяют следующее свойство: чем больше геодезических измерений сделано, тем их усредненная величина приближается к истинному значению.

Приведенный пример однозначно показывает, что при увеличении *количества измерений* для вычисления простой арифметической середины повышается *качество измерений*, выраженное в приближении результата к истинному значению.

**Закон отрицания отрицания**. Данный закон диалектического развития осуществляется через ряд последовательных отрицаний. Он заключается в том, что новое всегда отрицает старое и занимает его место, но постепенно уже само превращается из нового в старое и отрицается все более новым.

Ярким примером действия рассматриваемого закона являются результаты, полученные американским историком и философом науки Томосом Куном, который в своей книге «Структура научных революций» показал развитие наук через смену их методологических парадигм [6].

Покажем на примере геометрии смену методологических парадигм за счет действия закона отрицания отрицания.

Геометрия – древняя наука, аксиомы которой определил еще Эвклид в III веке до нашей эры. В 1826 году русский математик Н. И. Лобачевский подверг сомнению 5-ю аксиому Эвклида (*отрицал* ее) и в своей книге «Воображаемая геометрия» предложил, по сути, новую геометрию, которая получила название неэвклидовой геометрии [7]. Затем немецкий математик Риман усовершенствовал геометрию Н. И. Лобачевского, *отрицая* ее отдельные положения и пришел к созданию второй неэвклидовой геометрии, которая, в свою очередь, была усовершенствована итальянскими геометрами Риччи-Курбастро и Леви-Чивита, что привело к созданию тензорного исчисления.

Покажем действие закона отрицания отрицания на примере учебного процесса. Зададимся вопросом, что нужно студенту *отрицать* для того, чтобы двигаться вперед, развивать свои способности, формировать устойчивые профессиональные знания? Ответ на этот вопрос лежит в плоскости психологии, и он касается двух сторон процесса обучения, а именно студентов и преподавателей. Студенты должны *отрицать* лень, не дисциплинированность, праздное отношение к учебе, *отрицать* вредные привычки, пустое времяпрепровождение и т. д. Вместе с тем как единое целое (см. закон единства и борьбы противоположности) преподаватель должен *отрицать* преподавание устаревшего материала, плохую учебную дисциплину, лень в освоении инновационных методов в преподавании, *отрицать* возможность занятия наукой, воспитательной работой и т. д. Педагогическая практика показывает, что действие данного закона во взаимодействии с другими диалектическими законами развития в основном дают позитивный результат, выраженный в формировании у выпускников ЗВО современных профессиональных знаний, умений и навыков.

Подводя итоги данного подраздела, следует отметить, что студенты, да и преподаватели тоже, часто не осознают важность знаний философских категорий и законов диалектики. Отсутствие таких знаний приводит к снижению качества выпускных работ студентов, отсутствию способности правильно обобщать и декомпозировать учебный материал, снижает их дискуссионные возможности.

## 2.2 Языковой аспект изучения Земли и землеустройства

### 2.2.1 Основные сведения о языке

Учебные планы большинства специальностей (не лингвистических) содержат языковые дисциплины, например, «Украинский язык», «Деловой украинский язык» и один из иностранных языков (английский, французский, испанский и т. д.). Кроме того, известно, что одной из основных функций языка является обучение [4]. У носителя языка эта функция может быть явно выражена, т. е. человек способен к обучению на естественном родном языке и с удовольствием изучает иностранный язык(и). У других носителей родного языка функция обучения может быть слабо выражена и человек с такой функцией способен обучаться, но испытывает значительные трудности при изучении иностранных языков. И, наконец, третий тип носителей языка, – это люди, у которых функция обучения не развита. Такие люди испытывают затруднение в обучении, в том числе изучении родного и иностранных языков. Ярким примером такого типа людей является литературная героиня произведения «12 стульев» Ильфа и Петрова – Эллочка людоедка, у которой словарный запас ограничивался 30-ю словами.

Вышесказанное приводит к мысли о том, что язык для студента в процессе обучения в ЗВО, играет основополагающую роль, во-первых, для формирования своих профессиональных знаний, а во-вторых, для их систематизации.

К сожалению, при организации учебного процесса мало внимания уделяют изучению языка как средству коммуникации. Кроме того, педагогическая практика и опрос студентов показывает, что их знания о языке находятся на низком уровне. Здесь речь идет не о грамматических, синтаксических и других ошибках. Речь идет о знаниях общего языкознания и ее разделов: структурной лингвистики, корпусной лингвистики, лексикографии, прикладной лингвистики и т. д.

В словарно-справочной литературе [7] приводится следующее определение.

**Язык** – система фонетических, лексических и грамматических средств, являющаяся орудием выражения мысли, чувств, волеизъявлений и служащая важнейшим средством общения людей. Язык образует органическое единство с мышлением, так как одно без другого не существует.

Свободная энциклопедия дает свое определение термину «язык» [8].

**Язык** – сложная знаковая система, естественно или искусственно созданная и соотносящая понятийное содержание и типовое звучание (написание).

Отметим, что определения к термину «язык» давали многие известные и выдающиеся ученые из разных областей науки. Вот некоторые высказывания о сущности языка.

Д. Гартли (1705–1757 гг.) – английский философ-материалист, врач и психолог: «Поскольку слова могут быть сравнены с буквами, употребляемыми в алгебре, сам язык можно назвать одним из видов *алгебры,* и наоборот, алгебра есть не что иное, как язык, который особым образом приспособлен к объяснению величин всех родов …».

А. А. Потебня (1835–1891 гг.) – крупнейший русский лингвист: «Язык… есть *форма мысли*, но такая, которая ни в чем, кроме языка, не встречается. Поэтому формальность языкознания вещественна сравнительно с формальностью логики».

Ф. Де Соссюр (1857–1913 гг.) – крупнейший швейцарский языковед, основатель структурализма в языкознании: «… язык … – это *система знаков,* в которой единственно существенным является соединение смысла и акустического образа, причем оба эти элемента знака в равной мере психичны».

Э. Сепир (1884–1939 гг.) – американский лингвист и антрополог: «… Язык есть вполне оформленная *функциональная система* в психической, или «духовной», конструкции человека. Язык есть некая структура, по своей внутренней природе – *форма мысли*».

Из словарно-справочной литературы, а также приведенных высказываний выдающихся ученых видно, что спектр утверждений довольно разнообразен, язык – алгебра, форма мысли, система знаков, функциональная система, средства и т. д. Этот факт приводит к интегрированному понятию «что есть язык». С точки зрения образования он является сложной открытой знаково-функциональной системой, выполняющей некоторые операции подобные алгебраическим. Проиллюстрируем некоторые функции языка рисунками 2.3–2.5, начиная с коммуникативной функции.

*Коммуникативная функция языка* в образовательных системах имеет основополагающее значение и является по своей интенсивности наиболее мощной и разнообразной в дидактических проявлениях. Данная функция в рамках ее реализации в системе «высшая школа» имеет особенности, которые заключаются, во-первых, в ее дискретном характере, обусловленном структурой учебного процесса и связью с расписанием занятий; во-вторых, характере коммуникаций, задаваемых преподавателем в зависимости от вида занятия (лекция, семинар, лабораторное занятие и т. д.); в-третьих, в способности преподавателя хорошо организовать процесс коммуникации.

Исследованием *когнитивной функции языка* занимаются большое количество ученых, которые отмечают тесную связь между интеллектуальными способностями человека и развитием его речи.

| Функция | Характеристика |
|---|---|
| **Коммуникативная**:<br>➢ информативная (содержательная);<br>➢ регулятивная (контактоустанавливающая, фактическая) | Язык является основным средством общения, коммуникации, т. е. передачи информации между людьми;<br>передача объективных сведений, информации;<br>передача субъективной информации, установление и регулирование взаимодействия между людьми |

Рисунок 2.3 – Коммутативная функция языка и ее характеристика

| Функция | Характеристика |
|---|---|
| **Когнитивная** (познавательная) | ВРЯзык играет роль элемента мышления, при помощи которого формируется мысль |

Рисунок 2.4 – Когнитивная функция языка и ее характеристика

| Функция | Характеристика |
|---|---|
| **Функция хранения информации** (аккумулятивная, отображающая) | Язык играет роль формы отображения и хранения значений о действительности |

Рисунок 2.5 – Функция хранения информации и ее характеристика

*Функция хранения информации* языка непосредственно связана с памятью человека и его обучением. Приобретающий знания человек должен иметь сведения об опорных (базовых) понятиях, для того чтобы производить над ними соответствующие «алгебраические операции», как говорил по этому поводу английский философ и психолог Д. Гартли, для получения новых знаний. Получение новых знаний является сутью образовательной деятельности, как для педагога, так и для студентов.

Остальные функции языка – экспрессивную, эстетическую, метаязыковую и аксиологическую – здесь рассматривать не будем. Они хорошо описаны в работе [4].

Для того чтобы осознать сложность языковых проблем, важность и необходимость изучения основ языкознания (лингвистики) приведем условную классификацию языков (рис. 2.6), а также особенности устной и письменной речи (рис. 2.7).

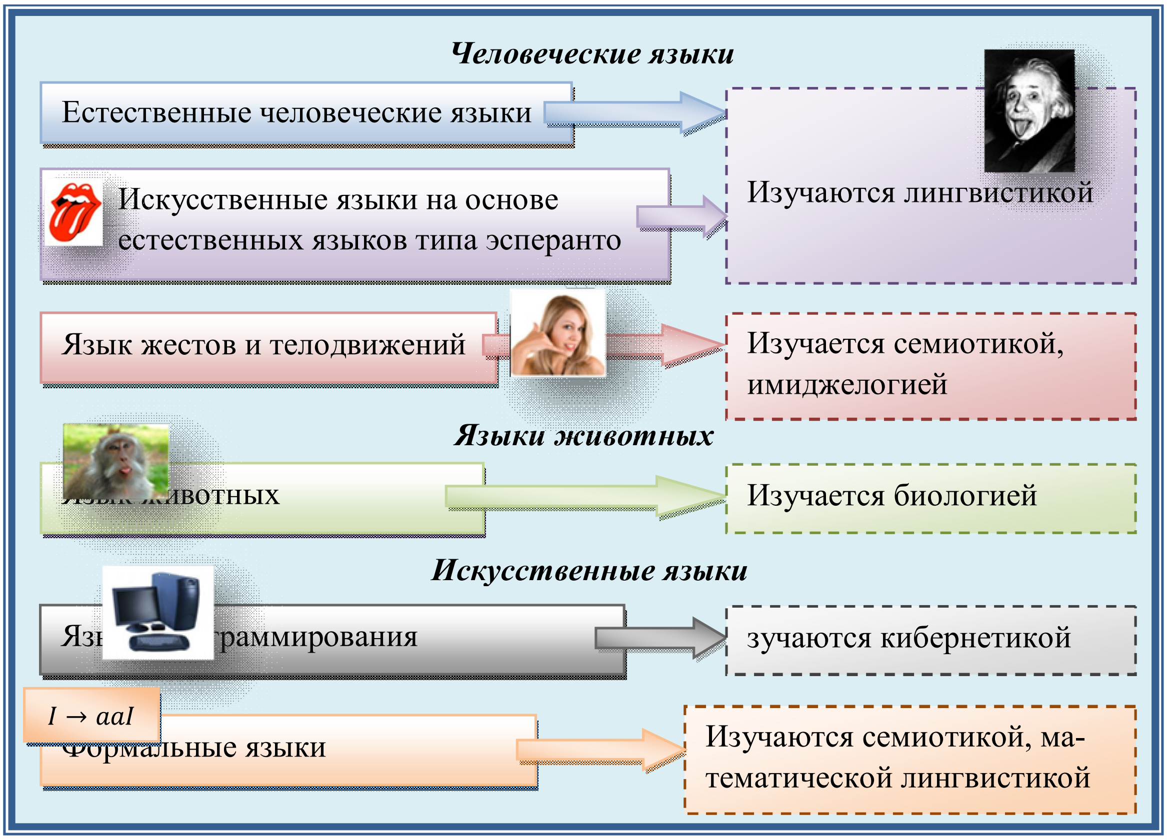



Рисунок 2.6 – Классификация языков и научные основы их изучения

Известно, что швейцарский лингвист Фердинанд де Соссюр первый начал различать язык и речь. Это позволило ему выявить отличительные свойства языка и речи и утверждать, что язык идеален, абстрактен, потенциален, консервативен, социален, а речь – материальна (акустические колебания, текст), конкретна (употребляется ситуативно и целенаправленно), реальна (реализует, в той или иной мере, возможности языка), динамична (изменяется во времени), индивидуальна (принадлежит конкретному носителю языка). На рисунке 2.7 показано, что носители языка в соответствии с атрибутами (частями) языка, т. е. знаковой системой и правилами ее формирования могут использовать его при решении как социальных, так и профессиональных задач.

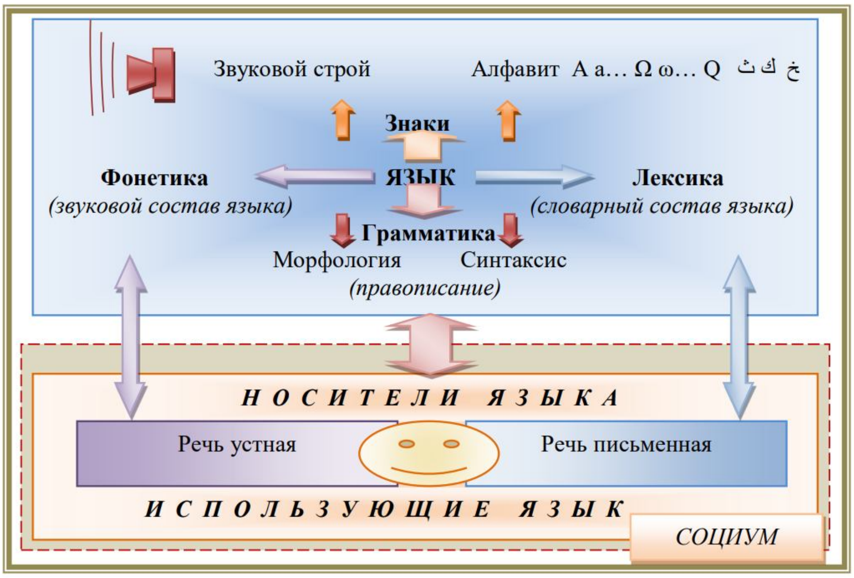



Рисунок 2.7 – Иллюстрация особенностей устной и письменной и речи

Он же (Ф. Соссюр) заложил основы современной семиологии или **семиотики** – науки, изучающей свойства знака и знаковых систем. В следующем подразделе детально рассмотрим свойства знаковых систем, так как именно знаковые системы в виде топологических схем, карт, чертежей, соответствующих математических формул являются основой знаний специалиста в сфере геодезии и землеустройства.

### 2.2.2 Семиотика как наука о знаковых системах

Ранее было отмечено (см. пп. 1.1) важное значение учения В. И. Вернадского, с точки зрения высокого уровня обобщения развития общества, влияние на биосферу Земли и создание ноосферы. Кроме того, при рассмотрении философского аспекта изучения Земли и землеустройства (см. пп. 2.1) показано действие диалектического законов развития, в частности закона отрицания отрицания, а также на рисунке 2.1 иллюстрируется взаимосвязь между основными философскими категориями – материя, пространство-время и общество.

На наш взгляд, именно взаимосвязь между этими категориями можно интерпретировать как семиосферу. Этот термин в своих работах использует Ю. М. Лотман – ученый в области семиотики. Он обозначает пространство, представляющее собой условие, необходимую предпосылку для осуществления коммуникаций, существования языков и их функционирования. Речь идет о пространстве, в которое изначально помещены все участники коммуникации и которое обеспечивает работу некоторых устройств, состоящих из адресата, адресанта и связывающих их каналов. Только в этом пространстве возможен семиозис, так утверждает Ю. М. Лотман, имея ввиду под термином «семиозис» процесс интерпретации знака.

Данное утверждение ученого не противоречит основным положениям теории передачи информации и организации передачи данных в сетях Интернет, поскольку знак есть носитель информации. Следовательно, и не противоречат введенному в пп. 1.1 обоснованию термина «ноогеоматика».

В связи с этим рассмотрим естественный язык как некоторую знаковую систему, которая имеет иерархическую структуру (см. рис. 2.8). Покажем структуризацию языка на примере Земельного Кодекса Украины. Начнем с тривиальных знаков этой системы, т. е. с букв текста этого закона. Известно, что буква алфавита не несет семантической нагрузки и представляет собой оперативную единицу информации, которая воспринимается человеком одномоментно (симультанно), а их наборы подчинены правилам орфографии.

Семантические образования (см. рис. 2.8) состоят из нескольких оперативных единиц информации. Они представляют собой слова, которые относятся к той или иной части речи и подчиняются правилам морфологии.

Семантические группы – это объединение семантических образований, подчиняющихся правилам синтаксиса (части грамматики). Примерами могут служить предложения отдельных статей Земельного Кодекса Украины.

Семантические корпусы состоят из семантических групп. В контексте Земельного Кодекса Украины это могут быть отдельные законы Кодекса и их статьи. Семантические корпусы строятся на основе правил логики или выбранной стратегии размещения разделов и статей в Земельном Кодексе Украины.

Лингвистическим объектом можно назвать собственно текст Земельного кодекса Украины. Он также строится на основе эвристических правил.

Из приведенного примера видно, что текст Земельного Кодекса Украины состоит из одного типа знаков, т. е. букв алфавита и не содержит других типовых элементов, имеющих графическую структуру или специальное начертание. Например, пособие по математике помимо знаковой системы естественного языка может дополняться знаковой системой, которую нам предоставляют сервисные программы ПК (редакторы), например, математические знаки и символы $\int$ – интеграл, $\sum$ – сумма, $\forall$ – квантор всеобщности, $\exists$ – квантор существования, $\infty$ – бесконечность, $\Delta, \nabla$ – операторы Лапласа и Гамильтона (набла) и другие знаки.


Рисунок 2.8 – Обобщенная схема соответствия знаковой системы языка и правил их укрупнения

Другой пример, знаковая система естественного языка может дополняться графическими элементами [9], имеющими сложную структуру и правила их построения. На рисунке 2.9 пример сложного знака в виде иллюстрации медианного сечения геоида, земного эллипсоида и сферы (шара). В качестве правил построения таких элементов могут выступать, например, аксиомы Эвклида, правила построения систем координат Декарта и Эйлера и т. д.

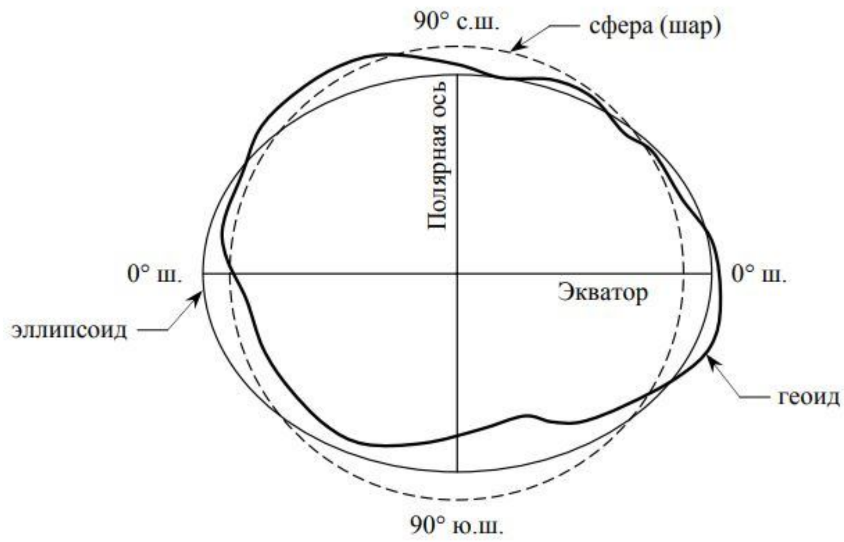



Рисунок 2.9 – Меридианное сечение геоида, земного эллипсоида и сферы (шара)

Из вышеизложенного сделаем вывод, что преподаватель должен быть носителем не одного естественного языка, а некоторого языка, который в работе [4] называют дидактическим языком науки.

*Дидактический язык науки* – это язык, при помощи которого излагается в ЗВО учебный материал в устной или в письменной форме.

Обобщая с точки зрения семиотики процесс преподавания в ЗВО различных учебных дисциплин, обозначим, что при использовании дидактических языков науки у студента формируется профессиональный язык с соответствующей терминологией и знаковой системой. Модель такой сложной комбинации естественных языков и языковых элементов различных дидактических языков показана на рисунке 2.10.

Важной составляющей профессионального языка являются искусственные компьютерные языки программирования, без которых не обходится изучение ни одной информационной дисциплины, в том числе и геоматики.

История создания искусственных языков на основе естественных уходит в глубину веков. Основополагающие знания в развитии искусственных языков (языка математической логики) «добыл» английский математик и логик Джордж Буль (рис. 2.11). Он, занимаясь переводом сочинений древнегреческих философов, сделал вывод о том, что высказываниям человека можно присваивать значения «1» («истина») и «0» («ложь»), и этим самым положил начало созданию алгебраических систем.

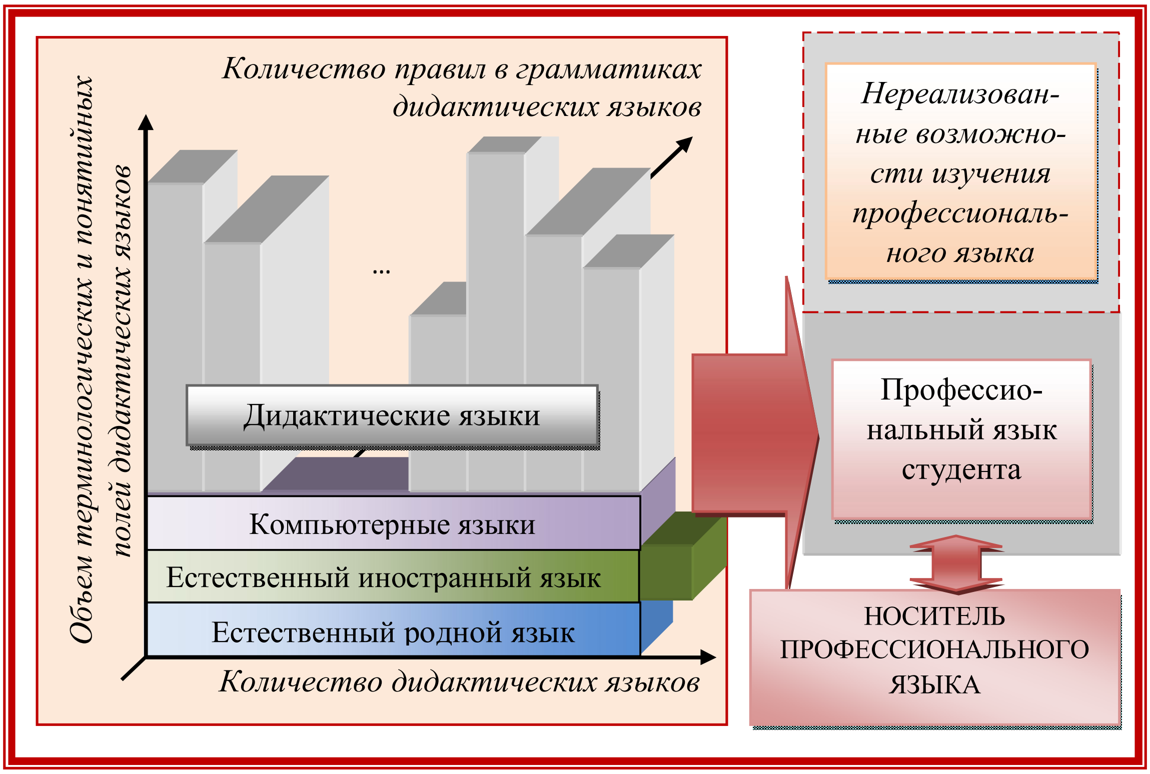



Рисунок 2.10. – Обобщенная модель формирования студентами профессионального языка

*Алгебраическая система* – упорядоченная пара множеств A(R,E), где R – множество, элементы которого могут быть любой природы (числа, понятия, буквы); E – сигнатура алгебраической системы, состоящая из набора операций (сложение, умножение, возведение в степень и т. д.) над элементами множества R.

*Булева алгебра* – непустое множество A с двумя бинарными операциями $\wedge$ (аналог конъюнкции), $\vee$ (аналог дизъюнкции), унарной операцией (аналог отрицания) и двумя выделенными элементами: 0 (или Ложь) и 1 (или Истина) такими, что для всех a, b и c из множества A верны следующие аксиомы:

$a\vee(b\vee c) = (a\vee b)\vee c$; $a\wedge(b\wedge c) = (a\wedge b)\wedge c$ – ассоциативность;

$a\vee b = b\vee a$; $a\wedge b = b\wedge a$ – коммутативность;

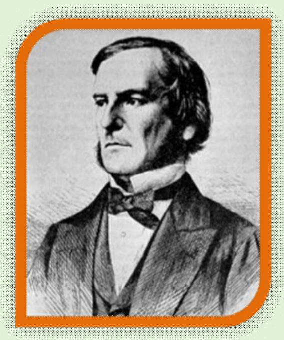
$a\vee(a\wedge b) = a$; $a\wedge(a\vee b) = a$ – законы поглощения;

$a\vee(b\wedge c) = (a\vee b)\wedge(a\vee c)$; $a\wedge(b\vee c) = (a\wedge b)\vee(a\wedge c)$ – дистрибутивность;

$a\vee\neg a = 1$; $a\wedge\neg a = 0$ – дополнительность.

Булева алгебра является основой для создания математического обеспечения современных электронно-вычислительных машин.

На основе булевых алгебр построены исчисления высказываний и предикатов, формальные теории, абстрактные и многомодальные логики и математическая логика в целом.



**Джордж Буль,**
1815–1864 гг.

**n - арная булева функция (таблица истинности)**

| $x_1$ | $x_2$ | … | $x_n$ | $f(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | … | 0 | f(0,0,…,0) |
| 1 | 0 | … | 0 | f(1,0,…,0) |
| 0 | 1 | … | 0 | f(0,1,…,0) |
| 1 | 1 | … | 0 | f(1,1,…,0) |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 0 | 1 | … | 1 | f(0,1,…,1) |
| 1 | 1 | … | 1 | f(1,1,…,1) |

Английский математик и логик. Профессор математики Королевского колледжа Корка (ныне Университетский колледж Корк) с 1849 г. Один из основателей математической логики.

Рисунок 2.11 – Профессор математики Джордж Буль

В основу построения математического обеспечения электронно-вычислительных машин положены теоретические и практические результаты исследований таких выдающихся математиков, как Алан Тюринг, Джон фон Нейман, Роберт Винер и др. Создание вычислительной техники к середине XX века обусловило развитие компьютерных языков.

Понятие «компьютерные языки» – это обобщение понятий «языки программирования», «скриптовые языки» (языки сценариев), «предметно-ориентированные языки программирования», «информационные языки», «языки описания данных», «языки описания аппаратуры», «сетевые протоколы».

С развитием вычислительной техники развивались и языки программирования. Сначала был разработан язык «Алгол 58», «Алгол 60». Он предназначался для решения вычислительных задач, которые хорошо поддавались алгоритмизации. Параллельно разрабатывались языки «Кобол» для бизнес-приложений и «Фортран» для решения научных и инженерных задач.

В 1968–1969 гг. Николас Вирт предложил версию языка «Паскаль» для обучения программистов. Данная версия стала базовой для развития других языков программирования.

С развитием Интернет получили развитие скриптовые языки, знание которых, на наш взгляд, необходимы каждому студенту и преподавателю для создания своих персональных сайтов.

Из вышесказанного можно сделать следующий вывод, что естественные и искусственные (компьютерные) языки являются знаковыми системами. И чем больше студент за время учебы изучил знаковых систем и правил их функционирования, тем больше он владеет профессиональными знаниями и со знанием дела (компетентно) применяет их на практике.

Другими словами, при формировании профессионального языка бакалавра или магистра по специальности «Геодезия и землеустройство» необходимо обращать внимание на знаковые системы, которые формируются у студентов при изучении таких наукоемких дисциплин, как «Геодезия», «Высшая геодезия», «Спутниковая геодезия» и другие, в основе которых лежат тривиальные правила планиметрии и аксиомы Эвклида, теоремы, например, Пифагора, элементарные правила стереометрии и другие правила построения знаковых систем. К сожалению, многие студенты-выпускники, претендующие на высокое звание носителя профессионального языка, не в состоянии объяснить, какая геометрия лежит в основе построенных в их дипломных работах 3D-моделей.

Рассмотрим еще одно свойство знаковых систем, касающееся передачи информации на сотни и даже тысячи километров. Естественным языком не докричишься до спутников GPS и обратно. Да, из Харькова во Львов трудно оперативно передать информацию естественным языком без специальных устройств и проводных средств связи. Основоположником теории передачи данных считают Клода Шеннона (США), который в 1948 году опубликовал работу «Математическая теория связи», что положило начало развитию упомянутой теории. Последние достижения в области мобильной связи, создание устройств с комбинированными функциями персональных компьютеров и мобильных телефонов, которые получили название «смартфон», вплотную приближают нас к понятию семиосферы.

Еще с древних времен для ориентации человека в пространстве использовались географические карты, которые с современной точки зрения, с точки зрения семиотики являются образно-знаковыми моделями пространства. Такие модели реализуются в виде плоских, рельефных и объемных карт и глобусов. На современных компьютерах и их устройствах отображения информации, в частности на экранах смартфонов, карты отображаются в электронном виде.

Возникает вопрос, как соотносятся между собой семиотика – наука о знаковых системах и картография. Приведем определение термину «картография» [10].

**Картография** – наука об исследовании, моделировании и отображении пространственного расположения, сочетания и взаимосвязи объектов, явлений природы и общества. В более широкой трактовке картография включает технологию и производственную деятельность.

Картография как наука получила свое развитие в нескольких концепциях. Выделим три основных концепции – познавательную, коммуникативную и картосемиотики.

*Познавательная (модельно-познавательная) концепция* рассматривает картографию как науку о познании действительности посредством картографического моделирования, а саму карту как модель некоторой действительности.

Согласно *коммуникативной концепции*, картография считается наукой о передаче пространственной информации, карта – каналом информации, средства связи.

*Концепция картосемиотики* (языковая) рассматривает картографию, саму карту – как особый текст, составленный с помощью условных знаков (написанный на языке карт).

В настоящее время развитие получила концепция картосемиотики, которая является основой для построения геоинформационных систем и прикладных геоинформационных технологий.

**Картографическая семиотика (картосемиотика)** – раздел картографии на стыке с семиотикой, изучающий язык карты, теорию, методы построения и использования систем картографических знаков, их происхождение, правила создания и употребления на картах разного назначения и тематики. В картографической семиотике выделяются: картографическая синтактика (определяет правила построения картографических знаковых систем и работы с ними, их структурные свойства); картографическая семантика (изучает соотношения условных знаков с отображаемыми объектами и явлениями); картографическая прагматика (исследует информационную ценность знаков как средства коммуникации и особенности их восприятия читателями).

Возможности картографической семиотики хорошо представлены в презентации [10]. Она тесно связана с геоматикой и является основой для построения баз геоданных при построении геоинформационных систем и прикладных геоинформационных технологий.

В настоящее время американской компанией ESRI разработан мощный инструментарий для разработки геоинформационных систем (ГИС). К такому инструментарию относятся **ArcGIS** – семейство геоинформационных программных продуктов.

## 2.3 Теоретические и естественнонаучные начала геодезии

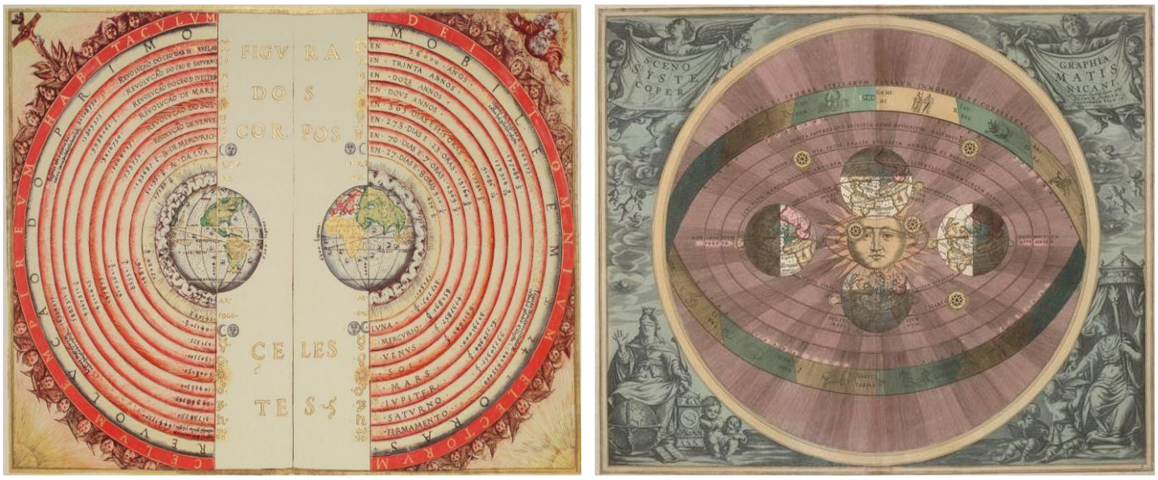
### 2.3.1 Теоретические начала изучения формы и физической поверхности Земли

Рассматривая теоретические и естественнонаучные начала геодезии и геоматики, обратим внимание на аллегорию, формирующую название учебного пособия «Параллели и меридианы геодезии и информатики». Кроме того, вернемся к философским категориям (см. рис. 2.1), где показана их взаимосвязь, и зададимся вопросом: где и когда в пространственно-временном континууме пересекаются параллели и меридианы таких наук, как геодезия и информатика?

Попробуем разобраться в хитросплетениях «параллелей и меридиан» методологии науки, а именно геодезии и информатики, через деятельность выдающихся ученых, творение которых изменяло историческую модель мировоззрения человечества.

Начнем с ученых астрономов, которые формировали научную основу мира и стояли в авангарде первой научной революции. Речь идет о борьбе двух концепций – геоцентрической и гелиоцентрической. Победу одержал гелиоцентризм, согласно которому Земля, вращающаяся вокруг своей оси, является одной из планет и вместе с ними вращается вокруг Солнца. Здесь уместно вспомнить диалектический закон развития природы *Закон отрицания отрицания* (см. пп. 2.1.2), действие которого очевидно, началось в 1530 г. с выходом в свет сочинения «Малый Комментарий» Н. Коперника, где он изложил собственную теорию, по которой не Солнце вращалось вокруг Земли, а наоборот, что отрицало известную теорию Клавдия Птолемея, который еще в античные времена утверждал обратное. Модели геоцентрической и гелиоцентрической систем показаны на рисунке 2.12.

Включим «машину времени» и перенесемся в пространственно-временном континууме назад в эпоху Возрождения, когда выдающиеся ученые астрономы Николай Коперник, Джордано Бруно и Галилео Галилей «ломали» парадигму «небесной механики», созданную К. Птолемеем. Мысленно нанесем эти события на карту того времени, карту Герарда Меркатора выдающегося картографа эпохи Возрождения (рис. 2.13).



а б

Рисунок 2.12 – Геоцентрическая (а) и гелиоцентрическая (б) система мира

Изучая период борьбы геоцентризма с гелиоцентризмом, отметим факт (и это видно на рис. 2.13), что зарождение геодезии как науки осуществлялось по двум направлениям – определение формы планеты Земля астрономами и физической поверхности Земли картографом Герардом Меркатором и его сыновьями.

*Изучение формы Земли*

Итак, Николай Коперник, польский астроном, разработал модель гелиоцентрической системы и сделал научное обоснование о движении планет, в том числе и Земли вокруг Солнца.

Несколько слов об образовании Н. Коперника.

*Николай Коперник* в 18 лет поступил в Краковский университет, закончил его и уехал учиться в Болонский университет. Не получив ученой степени ни в Краковском, ни в Болонском университетах, Коперник продолжает учиться в Падуанском университете, где получает диплом и ученую степень доктора канонического права. В перечисленных университетах он изучал *математику, медицину, астрономию, богословие* и др. науки. Большое внимание уделял астрономии и 40 лет своей жизни посвятил написанию сочинению «О вращении небесных тел», состоящее из 6 книг, которые увидели свет только после его смерти в 1543 году.


Рисунок 2.13 – Карта Г. Меркатора с выдающимися астрономами эпохи Возрождения

Трудно не переоценить заслуги Н. Коперника в астрономии и в тоже время геодезии. С точки зрения геодезии Н. Коперник первый определил форму планет, в том числе и форму Земли. Он считал, что все планеты, вращающиеся вокруг Солнца, имеют шарообразную форму. В свою теорию Н. Коперник ввел такие понятия, как «экватор с эклиптикой», «прецессия Земной оси», применил для расчетов движения Земли сферическую тригонометрию. Эти понятия и тригонометрические расчеты изучаются в современном курсе «Спутниковая геодезия». Кроме того, Н. Коперник вплотную подошел к осознанию явления всемирного тяготения. В первой части своего сочинения в IX главе он пишет: «Я думаю, что тяжесть есть не что иное, как некоторое стремление, которым Божественный Зодчий одарил частицы материи, чтобы они соединялись в форме шара. Этим свойством, вероятно, обладает Солнце, Луна и планеты; ему эти светила обязаны своей шаровидной формой».

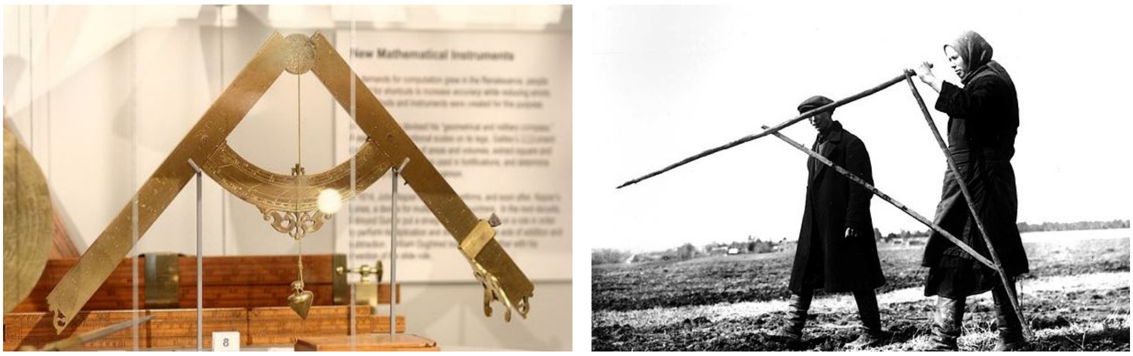
Все же не зря открыватель Закона всемирного тяготения И. Ньютон говорил, что в своих достижениях в науках он обязан ученым, на плечах которых он стоял, одним из них был Николай Коперник.

Нельзя не отметить и человеческие качества Н. Коперника. Он был хорошим врачом и лично занимался борьбой с эпидемией чумы в 1519 года. Под конец своей жизни с 1531 г. Н. Коперник занимается медицинской практикой безвозмездно.

*Джордано Бруно* был монахом монастыря Святого Доминика. Учился в Женевском университете. Преподавал в Сорбонском университете. Противоречивая личность. С одной стороны, он священнослужитель, с другой стороны, настойчиво отрицал некоторые догмы церкви и занимался магией. В своем труде «*Demagia naturali*» он выделяет девять видов магии – мудрецов, медико-алхимическую, волшебную, естественную, математическую или оккультную, демоническую, некроматическую, губительно-зловредную и пророческую. Вместе с тем, он всячески поддерживает теорию Н. Коперника и делает некоторые дополнения к его теории, например, высказывает гипотезу о множестве миров и бесконечности Вселенной. За свои высказывания и работы преследовался инквизицией. На 6 лет был заточен в римскую тюрьму за несогласие признать свои натурфилософские и метафизические убеждения ошибкой.

Девятого февраля 1600 года инквизиционный трибунал своим приговором признал Бруно «*нераскаявшимся, упорным и непреклонным еретиком*». Бруно был лишен священнического сана и отлучен от церкви. Его передали на суд губернатора Рима, поручая подвергнуть его «наказанию без пролития крови», что означало требование сжечь живым. В смертном приговоре не упоминалась гелиоцентрическая система Н. Коперника и вообще наука. Следовательно, заслуга Джордано Бруно перед геодезией лишь в том, что он был популяризатором гелиоцентрической системы.

*Галилео Галилей* – итальянский *физик, механик, астроном, философ и математик.* К перечню научных направлений, в которых достиг успеха Г. Галилей, смело можно причислить геодезию. Кроме того, что он был приверженцем теории Н. Коперника, сделал огромный вклад в развитие геодезического инструментария, без которого геодезия как наука о форме Земли не могла бы существовать и развиваться. В первую очередь речь идет об изобретениях Г. Галилея. Для геодезии бесценными являются измерительные приборы и устройства, которые изобрел Галилей. Во-первых, это пропорциональный циркуль, идея которого использовалась еще на Руси в виде «сажени» для измерения участков земли. На рисунке 2.14, а показан пропорциональный циркуль, изобретенный Г. Галилеем, а на рисунке 2.14, б устройство землемеров, в основе которого лежит идея пропорциональности. Данное устройство имело одну пропорцию 1: «сажень» (2,1336 м).



а б

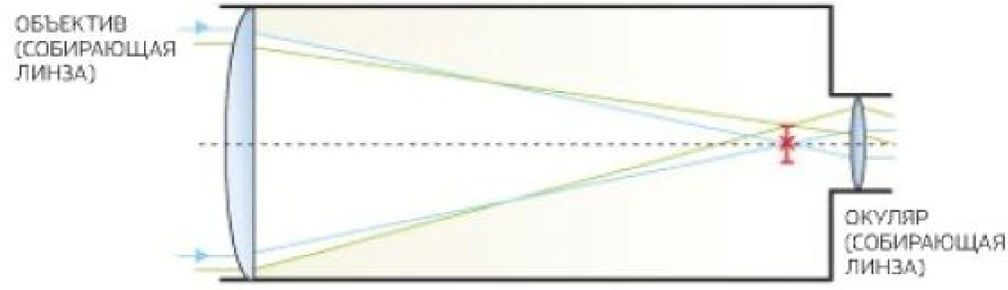
Рисунок 2.14 – Использование в землемерных работах идеи пропорционального циркуля Г. Галилея

Кроме того, Г. Галилею принадлежит идея создания оптических приборов, в частности, рефрактора (телескопа), который был создан для наблюдения за планетами и звездами. Его простое устройство показано на рисунке 2.15, а, а оптическая система современного геодезического прибора (теодолита) изображена на рисунке 2.15, б. На нем обозначено 1 – объектив, 2 – окуляр, 3 – фокусирующая линза, 4 – рассеивающие стекла, 5 – кремальера или кольцо фокусирующей линзы. Подобие оптических схем рефрактора Г. Галилея и зрительной трубы теодолита очевидны. Зрительная труба в современных теодолитах еще называют астрономической, т. к. она увеличивает размер исследуемого объекта.

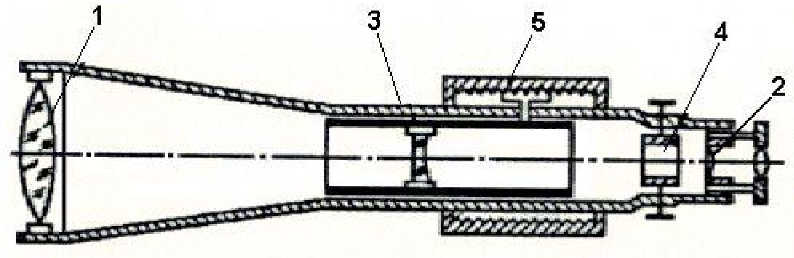
Из курса физики, в частности раздела «Оптика» известно, что, комбинируя рассеивающие и собирающие линзы, изменяя их размер и расстояние между ними можно получить различные характеристики оптических систем, от характеристик микроскопов до характеристик космического телескопа «Хаблл», у которого один из главных его элементов – зеркало в диаметре составляет 2,4 метра.

Итак, по сути, утверждают многие ученые, Г. Галилей стоял у истоков научной революции в физике, так как к его научным заслугам относится создание и описание экспериментального метода.

Если краткий анализ, проведенный выше, вас убедил, что выдающихся астрономов начала первой научной революции можно считать учеными, которые внесли фундаментальный вклад в изучение формы Земли и ее гравитации, то в дальнейшем рассмотрим вклад в геодезию выдающихся, на наш взгляд, ученых картографов Клавдия Птоломея и Герарда Меркатора, которые изучали физическую поверхность Земли.




а




б

Рисунок 2.15 – Оптические системы рефрактора Г. Галилея и зрительной трубы современного теодолита

*Изучение физической поверхности Земли*

Воспользуемся еще раз «машиной времени» и перенесемся в пространственно-временном континууме (см. рис. 2.1) из Италии, место жительства Г. Галилея в Александрию Египетскую, где в 100 году после Рождества Христова родился выдающийся астроном, математик, механик, оптик, теоретик музыки и географ *Клавдий Птолемей*. В Средневековье это был крупнейший ученый, труды которого, в частности «Альмагест», оставались актуальными в течении 13 веков. Название трудов, состоящих из 13 книг (монографий) переводилось с арабского языка так: «Великое математическое построение по астрономии». В этих книгах К. Птолемей собрал астрономические знания большинства астрономов Греции и Ближнего Востока. Наверно К. Птолемей был первый, кто Землю представлял планетой в форме шара. Кроме того, он уделял много времени изучению географии и внес большой вклад в картографию. Его первая карта мира приведена на рисунке 2.16. Она сделана в криволинейной проекции и на ней нанесена картографическая сетка, состоящая из долгот и широт. Идею такого разбиения земной поверхности К. Птолемей позаимствовал из древних греческих, персидских, римских и арабских источников, изучая их в Александрийской библиотеке.

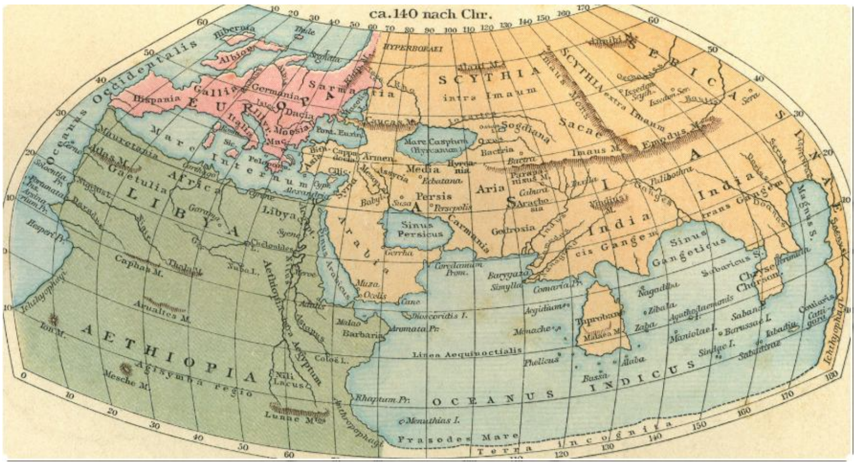


Рисунок 2.16 – Первая карта мира К. Птолемея

Современный человек, изучая карту мира К. Птолемея, пожалуй, может только узнать очертание Европы. Вместе с этим такие карты были популярны и издавались вплоть до XVII–XVIII веков, несмотря на уточнения, сделанные в последствии выдающимися мореплавателями и путешественниками Колумбом, Магелланом, Марко Поло и др.

Конечно, картографий занимались многие географы и до К. Птолемея, однако его работа «География» систематизировала знания в этой области и можно считать положила начало развитию географии как науки.

Вернемся из Средневековья в эпоху Возрождения по времени и остановим машину времени в Восточной Фландрии (ныне Бельгии) в городе Рюпельмонде, где родился продолжатель дела К. Птолемея, еще один выдающийся карторгаф Герхард Меркатор.

*Герхард Меркатор* родился в 1512 году. Он учился в гимназии и Лувенском университете. Изучал основы богословия, классические древние языки и начала логики в гимназии. В университете благодаря своему учителю Фризиусу Рене Грамма изучал математику, географию, картографию и философию. В студенческие годы Герард Меркатор создал свой первый глобус. Стал известен благодаря равноугольной проекции Земного шара на плоскость.

Именно Г. Меркатору принадлежит идея спроецировать форму Земли (шар) на плоскость и получить карту в равноугольной проекции, которая в последствии была названа: «Проекция Меркатора».

Г. Меркатор лично создал первую карту мира, используя свою проекцию и назвал ее «Новое и наиболее полное изображение земного шара, проверенное и приспособленное для применения в навигации». Она показана на рисунке 2.17.

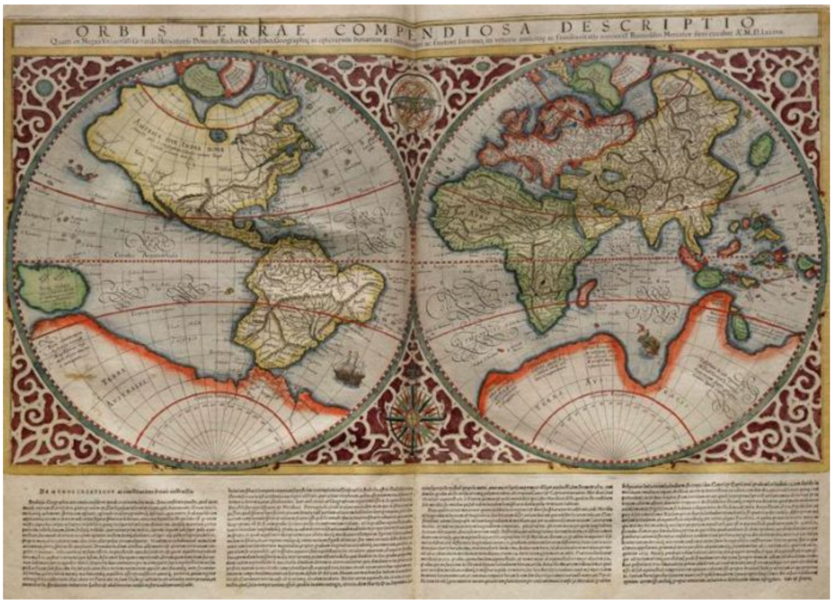


Рисунок 2.17 – Первая карта мира (автор Г. Меркатор)

Собирая и систематизируя разработанные карты, Г. Меркатор предложил новый термин «Атлас» для тематических наборов карт. Собранные в одной книге (атласе), карты стали прообразом тематических слоев, проектируемых в настоящее время баз геоданных для создания прикладных геоинформационных систем и технологий.

Кроме того, теоретические разработки Г. Меркатора апробированы при создании географического глобуса (рис. 2.18, а) и небесного глобуса (рис. 2.18, б).

Следует отметить, что точность проекции Миркатора в районе полюсов Земли была низкая, поскольку он создавал карты полюсов нашей планеты на основании сведений мореплавателей и путешественников. Так, была создана карта, на которой изображалось древнее государство Гиперборея, где жили пигмеи (рис. 2.19). Сведения об очертаниях береговых линий, проливах и центральном острове, имеющем сильное магнитное поле, предоставил Г. Меркатору голландский путешественник Якоб ван Кноой. Известно, что Меркатор пользовался сведениями английских купцов, которые ходили на Север и договаривались о торговле с Иваном Грозным (1547–1584 гг.).

Кроме того, англичане снаряжали экспедиции на север с целью расширить границы Британской империи, а также в поиске Северо-восточного прохода вокруг России и Сибири в Индию, что позволяло Меркатору получать сведения об абрисе островов Арктики.

а б

Рисунок 2.18 – Географический (а) и небесный (б) глобусы Г. Меркатора


Рисунок 2.19 – Карта Гипербореи Меркатора

Современные ученые не перестают искать доказательства существования в прошлом Гипербореи. Любопытные сравнения современных карт района Северного полюса и карты Гипербореи Меркатора представлены в работе [11].

Из этой работы заимствован рисунок, который приведен в пособии (см. рис. 2.20).

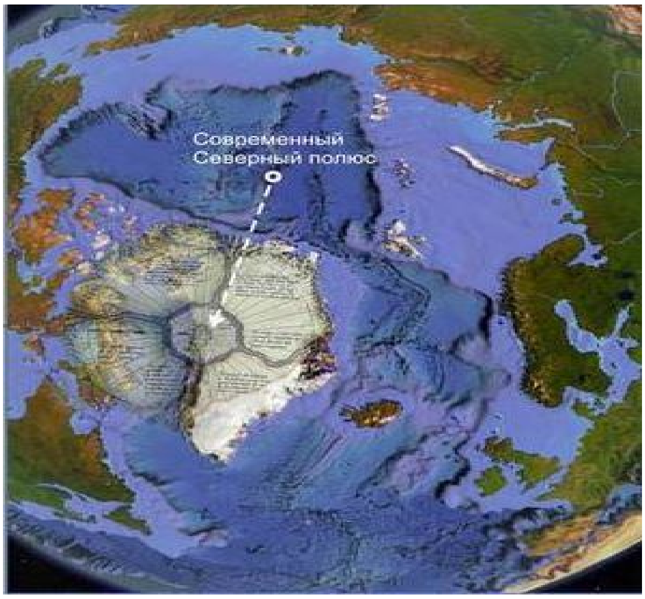



Рисунок 2.20 – Совмещенные проекции современного Северного полюса с полюсом карты Меркатора (центром Гипербореи)

В завершении данного пункта настоящего пособия приведём высказывание самого Меркатора: «Когда я пристрастился к изучению философии, мне страшно нравилось изучение природы, потому что она дает объяснение причин всех вещей и является источником всякого знания, но я обращался лишь к частному вопросу – к изучению устройства мира».

Убедившись в недостаточности своих знаний в области математики, особенно геометрии, Меркатор приступает к самостоятельному ее изучению. Существовавший тогда учебник его явно не удовлетворяет, и он читает в подлиннике первые семь книг «Начала» Евклида.

Говоря о Меркаторе и его роли в картографии, уместно напомнить читателям о действии закона диалектики «О переходе количества в качество» (см. пп. 2.1.2). Данный закон здесь проявляется в том, что количество карт и глобусов, сделанных мастером и ученым, перешло в качество. Этому свидетельствуют оценки точности построения карты Гипербореи современными учеными [11].

Обобщая вышесказанное, плавно перейдем к результатам естественно-научных исследований физической формы Земли выдающимися мореплавателями и путешественниками.

## 2.3.2 Естественнонаучные (эмпирические) начала изучения физической поверхности Земли

Школьная программа изучения географии предусматривает изучение результатов экспедиций выдающихся путешественников и мореплавателей. Именно они создавали абрисы и карты островов и частей суши, открываемых континентов в эпоху Великих географических открытий, которая по мнению многих географов началась в XV и закончилась в середине XVII века. Напомним читателям имена лишь некоторых естествоиспытателей, которые внесли огромный вклад в изучение физической поверхности Земли.

**Марко Поло** (1254–1324 гг.) – венецианский купец, знаменитый путешественник, автор сочинения «Книга о разнообразии мира». Именно с его путешествия в Китай по Шелковому пути многие географы начинают отсчет эпохи Великих географических открытий. Его зарисовки и абрисы из его книги были полезны многим путешественникам и мореплавателям. Известен факт, что на корабле Христофора Колумба во время его поиска маршрута в Индию, по подсчетам исследователей, Колумб сделал в упомянутой книге 70 пометок. Одна из таких зарисовок приведена на рисунке 2.21.


Рисунок 2.21 – Караван Марко Поло с охраной хана Хубилая

**Христофор Колумб** (1451–1506 гг.) – средневековый мореплаватель, открывший Саргассово и Карибское моря, Антильские, Багамские острова и Американский континент для европейцев, первый из известных путешественников, переплывший Атлантический океан.

**Америго Веспуччи** (1454–1512 гг.) – флорентийский путешественник, в честь которого немецкий картограф Вальдземюллер в 1507 году открытый им континент назвал Америкой. Эта карта иллюстрируется на рисунке 2.22.

Рисунок 2.22 – Карта Вальдземюллер, на которой впервые открытый А. Веспуччи континент назван «Америка»

**Фернан Магеллан** (1480–1521 гг.) – первый мореплаватель, который побывал в кругосветном путешествии. Открыл много новых территорий и проливов. Доказал, что Земля имеет шарообразную форму.

Список выдающихся исследователей физической поверхности Земли, и не только, можно продолжать: Джеймс Кук (Англия), Жан Франсуа Мари де Сюрвиль (Франция), Витус Ионассен Беренг (Россия) и другие. Однако, подробное описание географических открытий не является предметом настоящего пособия и ведет нас в пространственно-временном континууме к современности.

Вернемся в XV век и покажем, как на картах изображались сведения, добытые выдающимися мореплавателями. Приведем пример такой рукотворной навигационной карты, которую составил в 1502 году португальский картограф Планисфер Кантино по результатам экспедиций Васко до Гамы (1460–1524 гг.), Христофора Колумба (1451–1506 гг.) и других исследователей (рис. 2.23).

Рисунок 2.23 – Карта Планисфера Кантино с меридианом, разделившим мир на испанскую и португальскую части

Изучая древние карты, видим, что на них наносились не только очертания побережья континентов, но изображались некоторые детали этноса, флоры и фауны открытых земель. Кроме того, необходимо отметить, что в эпоху великих географических открытий произошел первый раздел мира. По Тордесильясскому договору, подписанному 7 июня 1494 года, земной шар был разделен на сферы влияния между Испанией и Португалией. Линия демаркации колоний между Испанией и Португалией проходила в современных координатах по меридиану 49°32’56" з. д. и называлась «папским меридианом». Моря и земли к востоку от этой черты отходили к королевству Португалии, к западу – Испании. Схема первого раздела мира приведена на рисунке 2.24.

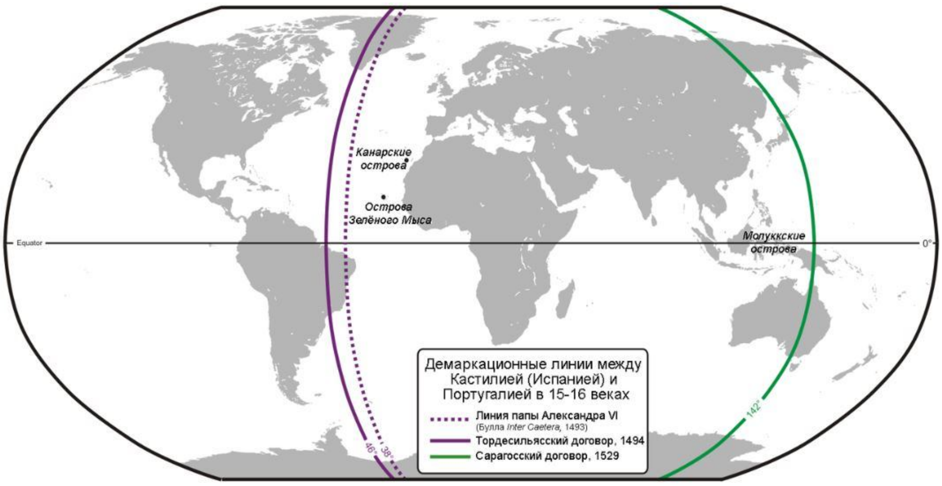



Рисунок 2.24 – Схема первого раздела мира по Тордесильясскому договору

Именно Тордесильясский договор послужил причиной многих колониальных войн за новые территории, а также дал толчок к развитию картографии. На картах и портуланах (морские навигационные карты) картографы иллюстрировали не только физическое очертание берегов, морских чудовищ, животных, элементы ландшафта (рис. 2.25), но и отображали политическую составляющую той эпохи.


Рисунок 2.25 – Фрагмент карты из атласа «Зеркало моря» картографа Луки Вагенера (1584 г.)

Например, в эпоху торговых войн за колонии в Голландии напечатали карту, которая носила агрессивно-пропагандистский характер (см. рис. 2.26).

Итак, из этой части материала (пп. 2.3.1) можно сделать вывод о том, что первые путешественники и мореплаватели с точки зрения геодезии исследовали физическую форму Земли, а с точки зрения современной географии положили начало исследованию литосферы (открытие материков), гидросферы (океанских течений) и атмосферы (розы ветров).

В настоящем пособии нельзя не отметить немецкого ученого естествоиспытателя Александра Гумбольдта (1769–1859 гг.). Во многих энциклопедических изданиях его называют вторым открывателем Америки. Почему?

Да потому, что целями первооткрывателей Америки был поиск морских путей в Индию, открытие новых территорий и их колонизация. Целью же экспедиций в Америку А. Гумбольдта было всестороннее и системное исследование уже открытых территорий. Для того чтобы показать исследовательские намерения А. Гумбольдта, перечислим только приборы, которые он взял с собой в экспедицию. Это были самые современные по тому времени 50 приборов для проведения научных измерений и наблюдений, в это число входили телескоп, подзорные трубы, секстанты, квадранты, судовой хронометр, инклинатор, деклинатор, цианометр, эвдиометр, аэрометр, осадкомер, гигрометр, барометр, термометр, электрометр.


Рисунок 2.26 – Карта XVII века, отражающая торговый конфликт между Голландией и другими морскими державами

Приведенный набор приборов показывает, что естествоиспытатель А. Гумбольдт планировал исследовать параметры литосферы, гидросферы и атмосферы и даже магнитную составляющую Земли. Это говорит об его системном подходе в исследованиях.

Детально изучить сведения об А. Гумбольдте и его экспедициях в Америку и Россию можно в работе [12]. Здесь же отметим некоторые результаты его натурных исследований.

Изучение химического состава воздуха атмосферы, распределения тепла над поверхностью Земли, изменения влажности и суточного давления воздуха, а также другие исследования привели к созданию новой науки, которая называется *климатология.*

Исследуя изменение растительности от экватора к северным широтам, от подошвы (подножья) гор до их вершин А. Гумбольдт нашел определенную закономерность и дал определения ботаническим областям, тем самым положил начало развитию *ботанической географии*.

А. Гумбольдт был одним из первых естествоиспытателей, который начал изучать вулканы, классифицировал землетрясения, обнаружил изменение напряженности магнитного поля Земли в различных широтах, исследовал магнитные бури, тем самым внес огромный вклад в развитие *физики Земли*.

Изучение А. Гумбольдтом изменений земной поверхности под влиянием природных факторов привело к созданию такой науки, как ландшафтоведение.

Он первым ввел в науку понятие «сферы жизни», которое в последствии трансформировалось в понятие биосфера.

Подводя итоги изложенному, в настоящем подразделе вернемся к научным обобщениям Владимира Ивановича Вернадского, которого в справочниках и энциклопедиях называют ученым-естествоиспытателем и общественным деятелем [13]. На наш взгляд, его рассуждение о ноосфере основываются на глубоких знаниях развития природы, в том числе знаниях развития общества. Его уникальная способность обобщать планетарные процессы и явления эволюции общества и материи в широком диапазоне пространственно-временного континуума (см. рис. 2.1), привели к понятию «ноосфера». Вернадский считал, что ноосфера может сформироваться только при определенных условиях. Он выделяет следующие условия:

– заселение человеком всей планеты;

– резкое преобразование средств связи и обмена между разными странами;

– преобладание геологической роли человека над другими геологическими процессами, протекающими в биосфере;

– расширение границ биосферы и выход в космос;

– открытие новых источников энергии;

– равенство людей всех рас и религий;

– увеличение роли народных масс в решении вопросов и внутренней политики и другие условия, в том числе исключение войн из жизни человечества.

Многие вышеперечисленные условия уже человечеством выполнены. Вместе с этим некоторые условия формирования ноосферы в настоящее время кажутся не выполнимыми, в частности, прекращения войн и равенство людей всех рас и религий. Однако коррективы в учение В. И. Вернадского о ноосфере в настоящее время вносят глобальные факторы информационно-коммуникационной революции, о которых выдающийся ученый не мог знать.

## 2.4 Исторический аспект создания информатики

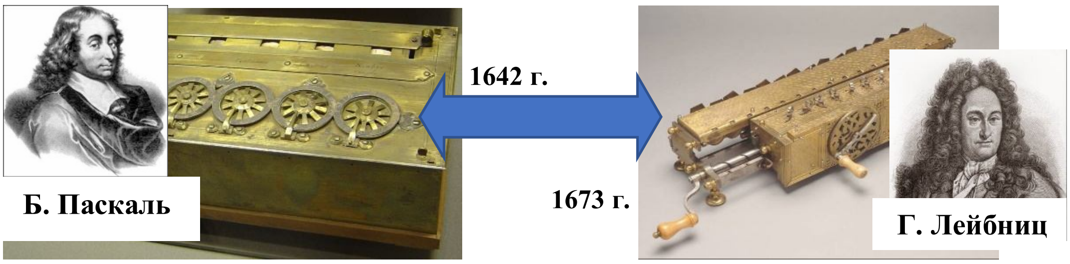
### 2.4.1 Основные сведения об информатике

Википедия дает следующее определение термину «информатика».

**Информатика** – наука о методах и процессах сбора, передачи, анализа и оценки информации с применением компьютерных технологий.

Очевидно, компьютерные технологии возникли с появлением первых вычислительных систем.

Известно, что первыми механическими вычислительными машинами были суммирующая машина Блеза Паскаля и механический калькулятор Лейбница, которые они изобрели в 1642 г. и 1673 году, соответственно (рис. 2.27).




«Паскалиан» Механический калькулятор

Рисунок 2.27 – Первые механические вычислительные машины

Они имели различный принципы работы и выполняли различные арифметические действия. Если «Паскалиан» выполнял только суммирующие действия, принцип его работы был основан на передаче вращательного момента при помощи шестеренок, то механический калькулятор Лейбница был значительно сложней. Он мог уже, кроме суммирования, выполнять операции умножения, деления, извлечение квадратных и кубических корней, а также возводить числа в степень. Подробно об арифмометре Лейбница информацию можно найти в работе [14].

Отметим ту обстановку, в которой изобретались первые вычислительные устройства. Это, на наш взгляд, были пограничные условия между первой и второй научными революциями (по Куну). С одной стороны, в развитии механики было сделано очень много выдающимися учеными-механиками И. Ньютоном, Р. Гуком, Х. Гюйгенсом, Г. В. Лейбницем и другими учеными, развивающими теоретическую механику. С другой страны, М. Фарадей еще не разработал учение об электромагнитном поле и только демонстрировал в экспериментальной лаборатории возможности электрического двигателя.

Развитие мануфактуры, в основе которых лежали станки с ручным и ножным приводами, требовало модернизации производства за счет внедрения в производство электрических двигателей.

В этих условиях и появляются суммирующая машина Б. Паскаля, которая была разработана им с целью облегчения работы своего отца, который занимался сбором налогов. Б. Паскалю тогда было всего 19 лет.

Вычислительная машина Лейбница была создана им в помощь научной работы своего друга Х. Гюйгенса, который был математиком, механиком, астрономом и изобретателем.

В развитии информатики огромное значение имеют законы электромагнитной индукции, которые открыл гениальный самоучка М. Фарадей, так как на их основе Сэмюэл Морзе разработал телеграф в 1838 году, который стал первой системой передачи информации на расстояния по проводам.

В дальнейшем развитие средств связи шло по пути создания телефона, радио, телевизора, компьютера и Интернета. Эволюционное развитие информационных средств показано на обобщенной схеме (рис. 2.28). На этом же рисунке представлены: инженер изобретатель телеграфа Сэмюэл Морзе, создатели радио А. С. Попов и Г. Маркони, создатель телевизора В. К. Зворыкин, а также «отец» кибернетики Норберт Винер.


Рисунок 2.28 – Обобщенная схема эволюционного развития информационных средств

Следует отметить, что информатика является одним из разделов кибернетики и что в 60-е годы прошлого столетия академик Аксель Иванович Берг предлагал включить в школьные программы дисциплину «кибернетика». Не прошло и пол века, как информатику изучают с 5 класса общеобразовательных школ. Сведения о выдающемся ученом академике, адмирал-инженере А. И. Берге можно найти в работе [15].

Развитие информационных средств, в том числе и спутниковых, в настоящее время привело к переосмыслению отдельных положений о ноосфере В. И. Вернадского.

По определению ноосфера – это сфера взаимодействия общества и природы … (см. пп. 1.1). Однако В. И. Вернадский не конкретизирует, как именно взаимодействует общество с природой и при помощи каких средств.

Конечно, обобщенная схема (см. рис. 2.28) не дает полного представления об эволюционном развитии информационных средств тем более, что в настоящее время высокими темпами развиваются информационно-компьютерные мобильные средства типов смартфон и айфон. Это мобильные телефоны, которые сочетают в себе функции карманного компьютера.

В этих условиях можно говорить о том, что человек как субъект общества взаимодействует с природой посредством информационного пространства. В работе [4] приведено следующее определение.

*Информационное пространство* – это совокупность структурированных и взаимосвязанных информационных ресурсов, к которым относятся:

– базы и банки данных в виде архивов, систем депозитариев государственных информационных ресурсов, библиотеки, музеи и др.;

– информационно-телекоммуникационная инфраструктура города;

– городская система (подсистема) массовой информации;

– рынок информационных технологий, средств связи и телекоммуникаций, информационных продуктов и услуг;

– система обеспечения информационной защиты;

– система взаимодействия информационного пространства городов с мировыми открытыми сетями;

– система информационного законодательства, в части, касающейся городских территорий.

Из определения и состава информационных ресурсов видно, что информационное пространство представляет собой сложную, многоуровневую, многофункциональную систему, в которой слабо отражена географическая составляющая пространственно-временного континуума.

### 2.4.2 Эмпирические начала создания геоматики

Многие ученые аналитики, изучающие историю создания геоинформационных систем и их научную базу геоматику, ошибочно считают, что первопричиной их создания являлась необходимость инвентаризации земельных ресурсов, земельного кадастра и учета в интересах совершенствования системы налогообложения [16]. К сожалению, это не точная информация. Концептуальные основы и принципы создания геоинформационных систем закладывались военными начиная с 50-х годов прошлого столетия в период начала холодной войны между США и их союзниками (НАТО) и СССР со странами участницами Варшавского договора.

Именно в середине прошлого столетия началась гонка вооружений, в частности ракетно-космических сил и систем предупреждения о ракетном нападении (СПРН), а также систем противовоздушной обороны (ПВО). Создание таких масштабных систем требовало разработки надежных высокопроизводительных вычислительных комплексов, современных радиолокационных систем, систем передачи информации, а также ее отображения. Основной задачей таких систем являлось обнаружение воздушно-космических целей, расчёт координат с учетом динамики полета летательных аппаратов и наведения на них ракет и авиации, что требовало также вычисления координат и решения штурманских задач с привязкой к конкретным наземным объектам (аэродромам, пунктам управления, командным пунктам и т.д.). Без картографирования такие сложные задачи решить было невозможно. Поэтому на первых этапах создания таких систем, например, «Луч-4» (АСУ корпуса ПВО) [17], средство отображения информации, в том числе карт и движущихся воздушных объектов, было электромеханическим. Схематически реализация одного из принципов геоматики выглядела следующим образом (рис. 2.29).

Поясним суть структурных элементов на приведенной схеме. На рисунке 2.29 обозначено:

КСА – комплекс средств автоматизации;

ЭВМ – электронная вычислительная машина;

РЛС – радиолокационные станции;

АБЭ – аппаратура большого экрана средств отображения коллективного пользования;

АРМ – автоматизированное рабочее место.

Основным принципом формирования картографической информации на командном пункте, оснащенном КСА, являлся принцип совмещения статического отображения географических карт на средствах отображения коллективного (АБЭ) и индивидуального пользования (АРМ), показанном на рисунке 2.29. Карты исполнялись в виде слайдов и проецировались на полотно большого экрана. Динамические объекты, координаты которых поступали от ЭВМ, формировались при помощи электромеханических устройств и специальной оптики (конденсоров) АБЭ и проецировались на статическое отображение карты.

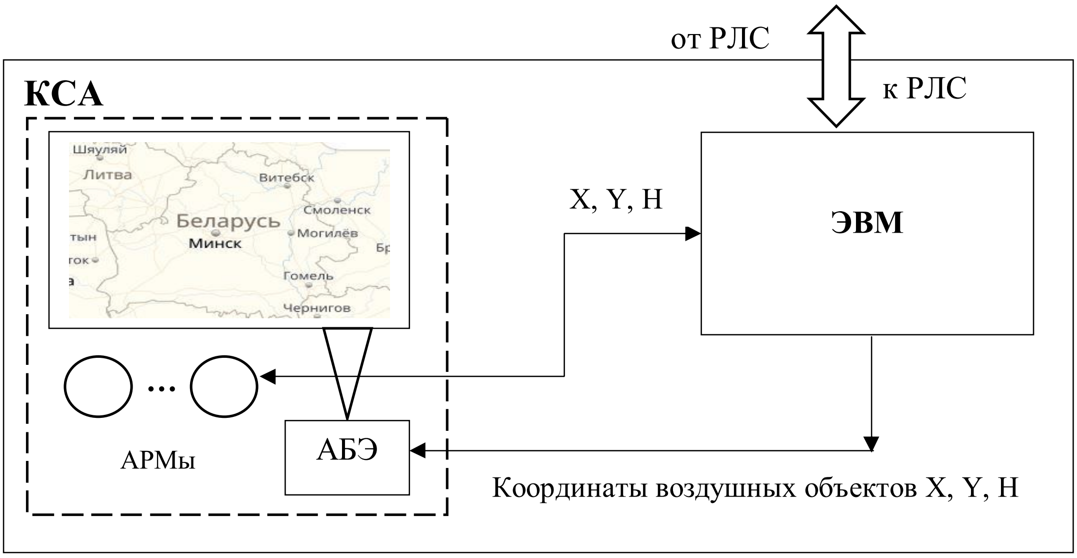



Рисунок 2.29 – Обобщенная схема реализации одного из принципов геоматики на ранней стадии ее развития

Визуализация карт на АРМ осуществлялась также электромеханическим способом. Отметки о динамических объектах формировались специальной электронно-лучевой трубкой типа характрон [18]. На плоскость экрана этой трубки проецировалось изображение той или иной зоны карты (выбранной оператором), но уже в укрупненном масштабе.

Общее представление о составе аппаратуры, формирующей картографические изображения, можно получить, обратившись к фотографии (см. рис. 2.30), где показано полотно большого экрана, на котором формируется карта и динамические объекты. Автоматизированные рабочие места модернизированы и вместо них установлены ПК.

Аналогичные устройства формирования карт устанавливались на командном пункте NORAD (Командование воздушно-космической обороны Северной Америки) в США [19].

На командных пунктах системы ПВО СССР и NORAD США решалось множество задач, одной из которых являлась задача пересчета координат воздушных объектов в реальном масштабе времени на огромных территориях.

Рисунок 2.30 – Иллюстрация формирования карты электромеханическим способом

Вышеизложенное позволяет утверждать, что теоретические основы геоматики начали свое развитие сразу после Второй мировой войны, а практические результаты по созданию геоинформационных систем и технологий были получены в результате «гонки вооружений» в период с 1950 по 1960 годы.

**Начальный период** развития геоматики и создание первых «закрытых» для общества геоинформационных систем (ГИС) военного назначения будем считать пионерным.

В истории развития ГИС выделяют три основные периода развития.

**Первый период** государственных инициатив (1970-е годы), характеризующийся развитием крупных геоинформационных проектов, поддерживаемых государствами, формированием государственных институтов в области ГИС. Примерами могут служить создание Географической информационной системы Канады, которая была создана для анализа и получения статистических данных о земле при создании планов землеустройства огромных площадей преимущественно сельскохозяйственного назначения. Кроме того, в США создавалась ГИС для переписи наседания, а также проводились экспериментальные исследования по разработке автоматизированной системы навигации, систем вывоза мусора и городских отходов, движения транспортных средств в чрезвычайных ситуациях и др.

**Второй период** характеризуется коммерческим развитием ГИС. Широкий рынок разнообразных программных средств, развитие настольных ГИС, расширение области их применения за счет интеграции с базами непространственных данных, появление сетевых приложений, появление значительного числа непрофессиональных пользователей, системы, поддерживающие индивидуальные наборы данных на отдельных компьютерах.

**Третий период** характеризуется началом формирования мировой геоинформационной инфраструктуры. В настоящее время повышается конкуренция среди коммерческих производителей геоинформационных технологий за счет создания «гибкого» программного обеспечения, которое позволяет улучшить свойства ГИС, и обеспечивает их доступность, открытость и функционирование в реальном масштабе времени.

Таким образом, в историческом аспекте рассмотрены этапы эволюционного развития теоретических и эмпирических начал геоматики и геоинформационных систем.

# 3 НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ НООГЕОМАТИКИ

## 3.1 География как комплексная наука о Земле

География является одной из древнейших наук. Впервые термин «география» применил древнегреческий ученый Эратосфен, живший в III веке до нашей эры [1].

С философской точки зрения (см. рис. 2.1) объектами исследований географии как всеобъемлющей науки являются физические процессы и явления, протекающие на планете Земля, а также социально-экономические процессы, протекающие в обществе. Причем объединяющим компонентом выделенных процессов и явлений является пространственно-временной континуум.

Предметами исследований могут быть процессы и явления, связанные с литосферой, атмосферой, гидросферой, а также обществом, как составной интеллектуальной частью биосферы, которая оказывает существенное влияние на состояние нашей планеты (рис. 3.1).


Рисунок 3.1 – Обобщенная схема комплекса наук о Земле

Физическая и социально-экономическая части географии представляют собой два комплекса наук (рис. 3.1).

**Землеведение** изучает общие закономерности строения и развития географической оболочки Земли.

**Ландшафтоведение** – учение о природных территориальных комплексах разного ранга. От оврага и холма до равнины и материка.

**Палеогеография** исследует природные условия, существовавшие в древние геологические эпохи, изучает из чего состоят, где залегают горные породы.

**Геоморфология** – наука о рельефе суши и дне океана.

**Климатология** – наука о климате, его формировании и изменении во времени.

**Гидрология суши** изучает поверхностные воды суши: реки, озёра, болота и водохранилища.

**Океанология** – наука об океане и его составных частях: морях, заливах.

**Гляциология** – наука о природных льдах во всех их разновидностях.

**География почв** изучает закономерности распространения почв на поверхности Земли.

**Биогеография** исследует закономерности распространения животных, растений и микроорганизмов на Земле.

Общим объектом, который позволяет объединять все направления в одну науку, является планета Земля, эволюционирующая в результате проявления физических (природных) процессов.

Социально-экономическая или общественная география состоит из экономической, социальной, исторической и культурной. К общественной географии часто относят также страноведение и военную географию.

**Страноведение** дает общую характеристику природы и хозяйства отдельных государств или крупных территорий.

**Военная география** изучает военные аспекты географии и возможность их применения в военном деле.

В состав **экономической географии** входит **география сельского хозяйства**, которая занимается размещением посевных площадей и развитием ферм для животных, **география промышленности** (изучающая предприятия, фабрики и заводы, их местоположение и взаимосвязь между собой), **география транспорта** (изучающая различные виды транспорта, дороги, их протяжённость и обеспеченность ими различных территорий).

**В социальную часть географии** входят: **география населения** (изучающая численность, рождаемость и смертность, расово-этнический состав населения, образ и качество жизни людей, связь размещения населения с размещением производства), **рекреационная география** (отдых и оздоровление человека), **медицинская география**, которая изучает распространение болезней и общий уровень здоровья населения на территории.

Добавим к социальной географии еще **коммуникационную географию**, которая изучает языки, используемые населением той или иной страны, с целью общения, производственных, политических и других коммуникаций. На наш взгляд, основателями данной географии являются братья Гумбольдты. Младший брат Александр, путешествуя по миру, собирал этнографический материал и привозил брату Вильгельму сведения о свойствах того или иного языка, который классифицировал их на семьи, группы, уровни и т. д. Подробные сведения о систематики языков можно найти в работе [2].

Отметим, что каждая из выделенных наук имеет свой объект и предмет изучения, например, объектом землеведения является географическая оболочка Земли, а предметами изучения могут быть земная кора, тропосфера, стратосфера, гидросфера и биосфера (ноосфера). Еще пример. Предметами изучения ландшафтов в ландшафтоведении могут быть природно-антропогенные ландшафты – лесные, городские, сельскохозяйственные, водные и промышленные.

Из вышесказанного следует, что предметы изучения многих научных направлений связаны друг с другом, а многоуровневая их иерархия приводит к выбору универсального метода исследований природных процессов и явлений. Таким методом является метод геоинформационного анализа (ГИС-анализа). Принцип послойного представления информации (один из основных принципов построения ГИС) позволяет создавать тематические слои информации, комбинировать их и получать новую актуальную информацию о состоянии того или иного участка земли и Земли в целом.

## 3.2 Геометрия – математическая основа геодезии и картографии

В процессе изучения начал создания и развития математики обнаруживается, что геометрия является первичным инструментом для человека при решении задач землемерия, постройки жилища, храмов, вычисления объемов и т. д. Другими словами, развитие геометрии шло по пути – от практики к теоретическим построениям. Многие ученые считают, что основателем геометрии является древнегреческий математик Эвклид (III век до н.э.), который обобщил отдельные теоретические положения античной математики и представил их в известном многотомнике «Начала» (13 книг). В данных книгах Эвклид размещает определения, аксиомы, постулаты и предложения (1-я книга) [3].

Напомним читателю основные постулаты геометрии Эвклида (рис. 3.2–3.7).

**Постулат I.** От всякой точки до всякой точки можно провести прямую.

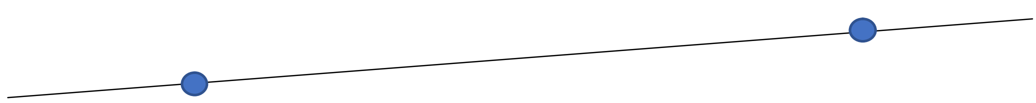


Рисунок 3.2 – Геометрическая интерпретация первого постулата

**Постулат II.** Ограниченную прямую можно непрерывно продолжить по прямой.

Рисунок 3.3 – Геометрическая интерпретация второго постулата

**Постулат III.** Изо всякого центра всяким радиусом может быть описан круг.

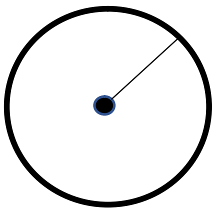


Рисунок 3.4 – Геометрическая интерпретация третьего постулата

**Постулат IV.** Все прямые углы равны между собой.

Рисунок 3.5 – Геометрическая интерпретация четвертого постулата

**Постулат V.** Если прямая, пересекающая две прямые, образует внутренние односторонние углы, меньшие двух прямых, то, продолженные неограниченно, эти две прямые встретятся с той стороны, где угол меньше двух прямых.

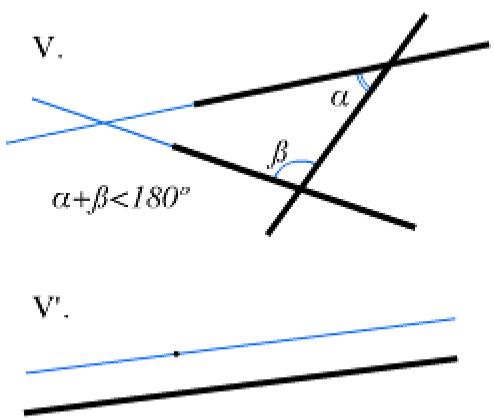



Рисунок 3.6 – Геометрическая интерпретация пятого постулата

Практика обучения студентов показала, что не лишним будет напомнить теорему Пифагора, которая сформулирована Эвклидом в конце первой книги «Начала».

В прямоугольном треугольнике, длины катетов которого равны $a$ и $b$, а длина гипотенузы – $c$ выполнено соотношение:

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

Геометрическая интерпретация данного утверждения показана на рисунке 3.7.

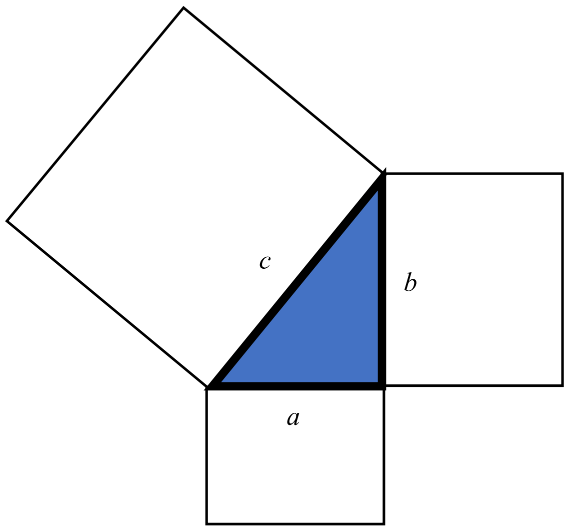



Рисунок 3.7 – Иллюстрация к доказательству теоремы Пифагора

В настоящее время существует около 400 вариантов доказательства теоремы Пифагора. В работе [4] приведены доказательства теоремы Пифагора различными методами, в частности, через подобные треугольники, методом площадей, доказательство Леонардо да Винчи, доказательство методом бесконечно малых (на основе дифференциальных уравнений) и т. д., что объясняет ее фундаментальность для геометрии и практическую значимость для других наук, в частности геодезии.

В настоящем пособии не будем больше повторять учебный материал школьной программы по геометрии, а основополагающие постулаты и теорема Пифагора приведены здесь для того, чтобы читатели осознали действительное начало математики в ее системном представлении. Отметим только, что «Начала» Эвклида содержат сведения о планиметрии, стереометрии, арифметике и теории чисел. К геометрии здесь относятся планиметрия и стереометрия, сведения о которых лежат в основе знаний геодезистов. Дадим им определение.

**Планиметрия** – это раздел евклидовой геометрии, изучающий двумерные (одноплоскостные) фигуры, которые можно изобразить в пределах одной плоскости, например, треугольники, окружности, параллелограммы и т. д.

**Стереометрия** – это раздел геометрии, в котором изучаются свойства фигур в пространстве (точки, прямой и плоскости).

Основным отличием стереометрии от планиметрии является то, что в стереометрии допускается скрещивание прямых.

Авторы настоящего пособия считают, что в пространственно-временном континууме можно выделить I в. н.э., как начало формирования *прикладного геометрического знания – геодезии.* Такое утверждение следует из изучения работ греческого математика и механика **Герона Александрийского** (ок. 10 – ок. 75 в. н. э.). Именно он в своей работе «О диоптре» предлагает прибор «диоптр» для геодезических работ. Этот прибор представляет собой линейку с двумя смотровыми отверстиями, которую можно поворачивать в горизонтальной плоскости и при помощи, которой можно визировать углы. В этой же работе Герон излагает правила земельной съемки, основанные на использовании прямоугольных координат [5]. Кроме того, в данной работе показаны решения типовых геодезических задач: «Недосягаемое становится доступным», «Далеко ли разошлись корабли?», «Как высоко дерево?», «Расстояние до невидимой точки», «Площадь недоступного объекта». Всего Герон предложил решение 17 геодезических задач.

В работе «Метрика» [6] Герон приводит формулу для вычисления площади треугольника *S* через длины его трех сторон *a, b, c.*

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

где $p = \frac{a+b+c}{2}$ – полупериметр.

Отметим на временной оси пространственно-временного континуума деятельность еще одного философа, математика, механика и физика, который внес огромный вклад в развитие геометрии. Конечно – это Рене Декарт (1596–1650 гг.), который в своей работе «Геометрия» [7] предлагает систему координат (рис. 3.8), что послужило развитию аналитической геометрии.

**Аналитическая геометрия** – раздел геометрии, в котором геометрические фигуры (точка, луч, отрезок, угол, прямоугольник, треугольник, ломаная линия и др.) и их свойства исследуются средствами алгебры.

Приведем пример решения простейшей задачи аналитической геометрии. К простейшим задачам аналитической геометрии относятся две:

1) нахождения расстояния между двумя точками;

2) деления отрезка в заданном отношении.

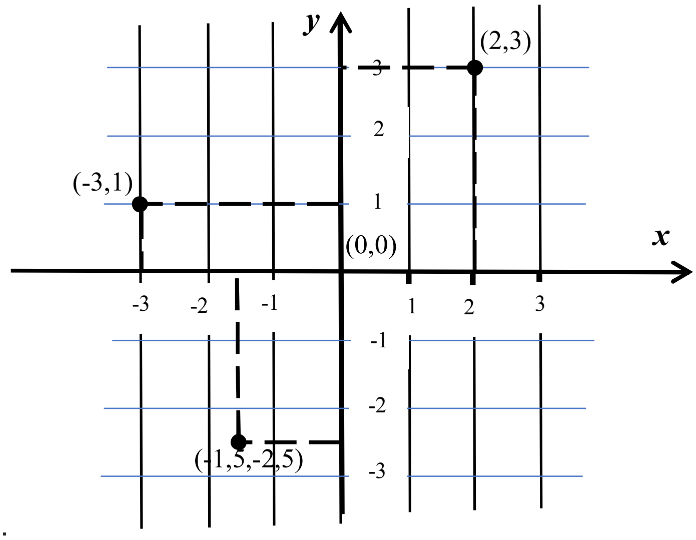



Рисунок 3.8 – Декартова система координат в современном виде

Пусть заданы точки $M_1$ и $M_2$ в пространстве, то есть каждая из них имеет три координаты $M_1(x_1, y_1, z_1), M_2(x_2, y_2, z_2)$. Расстояние между точками $M_1$ и $M_2$ равно длине вектора $\overrightarrow{M_1M_2}$ ,координаты которого равны разности одноименных координат точки $M_2$ и $M_1$. Длина вектора равна квадратному корню из суммы квадратов его координат. Итак, имеем, что расстояние между двумя заданными точками $M_1$ и $M_2$находится по формуле:

$$\overline{\overrightarrow{M_1M_2}}= \sqrt{(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) + (z_2 - z_1)}.$$

Пусть теперь известно, что точка *M* делит отрезок $M_1M_2$ в отношении некоторого $\lambda$. Необходимо найти координаты точки *M* (рис. 3.9).

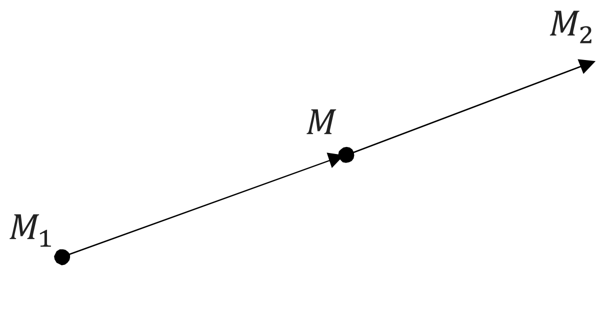



Рисунок 3.9 – Иллюстрация к примеру

Обозначим искомые координаты $M(x, y, z)$. То, что точка $M(x, y, z)$ делит отрезок в отношении $\lambda$, означает, что $\frac{|M_1M|}{|MM_2|} = \lambda$. Координаты $x, y, z$ точки M:

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1+\lambda};\ \text{y}= \frac{y_1 + \lambda y_2}{1+\lambda};\ \text{z}= \frac{z_1 + \lambda z_2}{1+\lambda}.$$

В частности, если точка $M$ делит отрезок $M_1M_2$ пополам, то $\lambda = 1$

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2};\ \text{y}= \frac{y_1 + y_2}{2};\ \text{z}= \frac{z_1 + z_2}{2}.$$

Методы аналитической геометрии используются при решении многих геодезических задач, например, тех, которые выделил в своей работе [6] Герон.

Аналитическую геометрию усовершенствовал выдающийся математик, механик, физик и астроном Леонардо Эйлер. Его заслуги в развитии науки приведены в работах [8, 9], в частности в геометрии Эйлеру принадлежит уточнение отдельных положений Эвклидовой геометрии, развитие аналитической и создание дифференциальной геометрии. Кроме того, Эйлер дал классификацию алгебраических кривых 3-го и 4-го порядков, а также поверхностей второго порядка. В 1732 году Эйлер вывел общее уравнение геодезических линий на поверхности.

**Геодезическими линиями** на поверхности обычно называют линии кратчайшего расстояния между двумя точками поверхности.

Понятие «геодезической линии» широко применяется при решении теоретических и практических задач геодезии, в которых точки земной поверхности проецируются на поверхность земного эллипсоида и соединяются геодезическими линиями. На поверхности земного эллипсоида геодезические линии обладают кручением и являются сложными кривыми. Математические методы позволяют перейти от расстояний и углов на земной поверхности к длинам дуг геодезических линий и углам между этими дугами на поверхности земного эллипсоида.

Примеры геодезических линий на различных поверхностях приведены на рисунках 3.10–3.12.

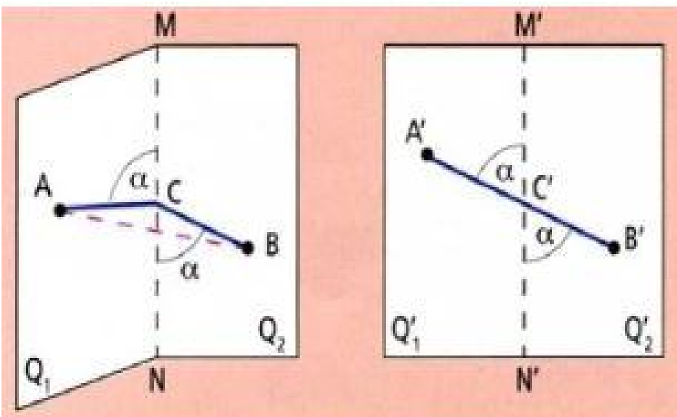



Рисунок 3.10 – Геодезическая линия на плоскости

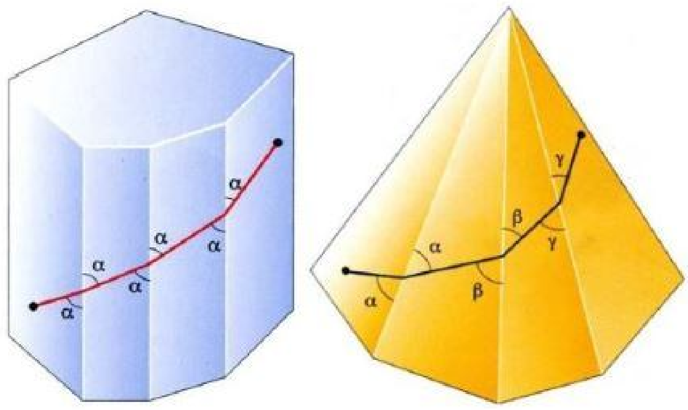



Рисунок 3.11 – Геодезическая линия на призме и пирамиде

Помимо введенного Эйлером понятия «геодезическая линия» важным вкладом в развитие математических основ геодезии является установление связи между Декартовой прямоугольной и полярной системами координат.

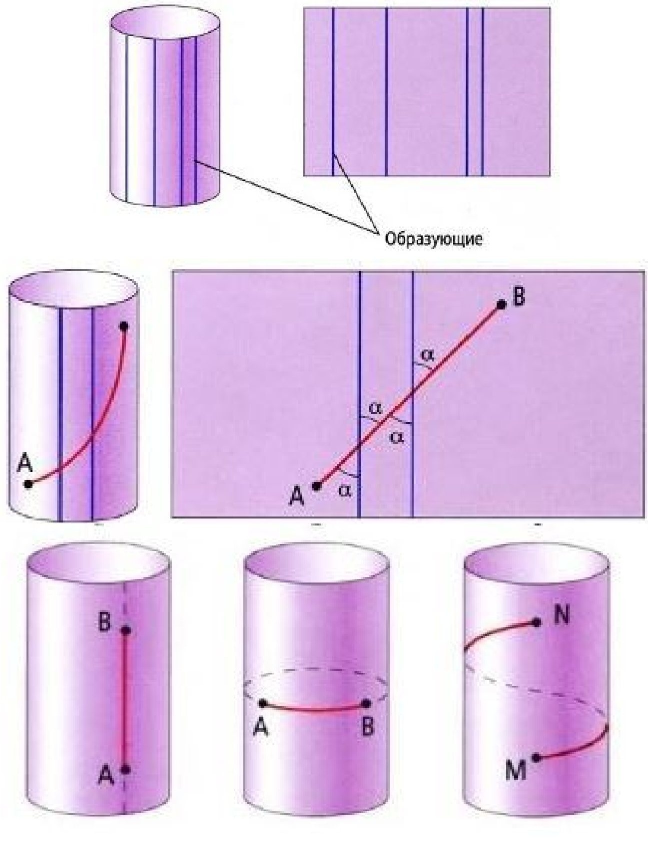



Рисунок 3.12 – Геодезическая линия на цилиндре

В аналитической геометрии формула окружности и прямой будут иметь следующий вид.

Общее уравнение окружности с центром в $(r_0, \theta)$ и радиусом $\alpha$:

$$r^2 - 2rr_0Cos(\varphi - \theta) + r_0^2 = \alpha^2.$$

Радиальные прямые, которые проходят через полюс, определяются уравнением $\varphi = \theta$, где $\theta$ – угол, на который прямая отклоняется от полярной оси, то есть, $\theta = \operatorname{arctg} m$, где $m$ – наклон прямой в прямоугольной системе координат. Нерадиальная прямая, которая перпендикулярно пересекает радиальную прямую $\varphi = \theta$ в точке $(r_0, \theta)$, определяется уравнением $r(\varphi) = r_0 \operatorname{sek}(\varphi - \theta)$.

Иллюстрация точки в полярной системе координат показана на рисунке 3.13. Исследования Эйлера привели к созданию цилиндрической и сферической системам координат, которые в настоящее время используются при решении задач навигации и других задач высшей геодезии.

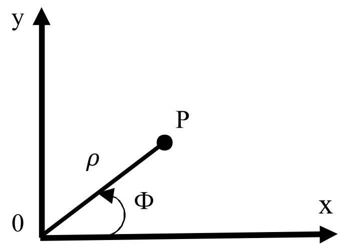



Рисунок 3.13 – Иллюстрации точки в полярной системе координат

Одной из часто встречающихся задач при дипломном проектировании или выполнении дипломных работ студентами является определение площади земельного участка произвольной формы. Покажем на примере один из методов определения площадей с использованием полярных координат.

**Пример.**

Пусть R – область, которую образуют полярная кривая $r(\varphi)$ и луч $\varphi = a$ и $\varphi = b$, где $0 < b - a < 2\pi$. Тогда площадь этой области находится определённым интегралом:

$$R = \frac{1}{2}\int_a^b [r(\varphi)]^2 d\varphi.$$

Площадь R геометрически показана на рисунке 3.14.

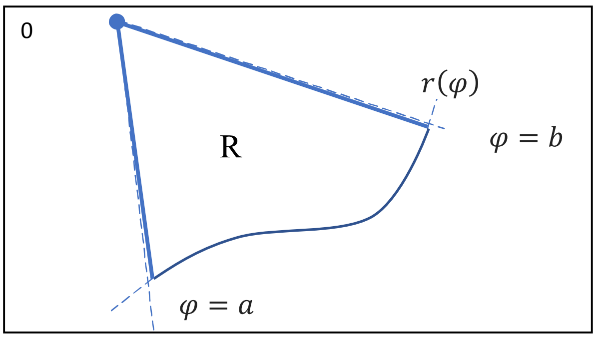



Рисунок 3.14 – Геометрическая интерпретация площади R

Такой результат можно получить следующим образом. Сначала разобьём интервал $[a, b]$ на произвольное число подинтервалов $n$ (рис. 3.15). Таким образом, чтобы длина такого подинтервала $\Delta\varphi$ была равна $b - a$ (полная длина интервала), развернутая на $n$ (число подинтервалов). Пусть для каждого подинтервала $i = \overline{1, n}$, $\varphi_i$ – средняя точка. Построим секторы с центром в полюсе, радиусами $r(\varphi_i)$, центральными углами $\Delta\varphi$ и длиной дуги $r(\varphi_i)\Delta\varphi$. Площадь каждого такого сектора будет вычисляться по формуле

$$S_n = \frac{1}{2} r(\varphi_i)^2 \Delta\varphi,$$

где $n = \overline{1,5}$.

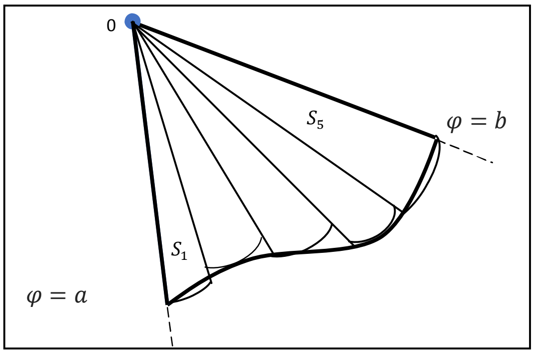



Рисунок 3.15 – Площадь R, которая разбита на пять секторов $S_1, \ldots, S_5$

Тогда общая площадь всех секторов вычисляется по формуле:

$$R = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} r(\varphi_i)^2 \Delta\varphi.$$

Если число подинтервалов n увеличивать, то погрешность такого приближенного выражения будет уменьшаться. Положив $n = \infty$ полученная сумма станет интегральной. Предел этой суммы при $\Delta\varphi \to 0$ определяет вышеописанный интеграл:

$$\lim_{\Delta\varphi \to 0} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} r(\varphi_i)^2 \Delta\varphi = \frac{1}{2} \int_a^b [r(\varphi)]^2 d\varphi .$$

Используя декартовы координаты, площадь бесконечно малого элемента может быть вычислена как $dA = dxdy$. При переходе к другой системе координат в многократных интегралах, необходимо использовать определитель Якоби:

$$J = \det\frac{\partial(x,y)}{\partial(r,\varphi)} = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial r} & \dfrac{\partial x}{\partial \varphi} \\ \dfrac{\partial y}{\partial r} & \dfrac{\partial y}{\partial \varphi} \end{vmatrix}.$$

Для полярной системы координат, определитель матрицы Якоби равен $r$:

$$J = \begin{vmatrix} \cos\varphi & -\mathrm{r}\sin\varphi \\ \sin\varphi & r\ \cos\varphi \end{vmatrix} = r\,cos^2\varphi + r\,sin^2\varphi = r.$$

Следовательно, площадь элемента в полярных координатах можно записать так:

$$dA = J\,dr\,d\varphi = r\,dr\,d\varphi.$$

Теперь, функция, записанная в полярных координатах, может быть представлена в интегральном виде:

$$\iint\limits_R f(r,\varphi)\,dA = \int_a^b \int_0^{r(\varphi)} f(r,\varphi) r\,dr\,d\varphi.$$

Здесь область R, как и в предыдущем разделе, такая, которую образуют полярная кривая $r(\varphi)$ и лучи $\varphi = a$ и $\varphi = b$.

В аналитической геометрии различают цилиндрическую и сферическую системы координат.

Цилиндрическая система координат является расширением полярной системы координат и широко используется в геодезии, в частности при топографических съемках, где необходимо визуализировать как контуры местности, так и ее рельеф.  Сферическую систему координат используют при решении задач спутниковой геодезии, в частности решения задач навигации и управления воздушными и космическими объектами. Цилиндрической системой координат получают путем добавления к полярной системе координат третьей координаты, обычно ее обозначают буквой z, которая задаёт высоту точки над плоскостью (см. рис. 3.16).

Точка $P$ представляется тройкой $(\rho, \varphi, z)$, где $\rho$ – расстояние от 0 до $P'$, ортогональной проекции точки $P$ на плоскость $XY$ в прямоугольной системе координат:

– $\rho \geq 0$ – расстояние от 0 до $P'$, ортогональной проекции точки $P$ на плоскость $XY$;
– $0 \leq \varphi < 360°$ – угол между осью $X$ и отрезком $OP'$;
– $z$ – равна аппликате точки $P$.

Цилиндрические координаты удобны при анализе поверхностей, симметричных относительно какой-либо оси, если ось Z взять в качестве оси симметрии. Например, бесконечно длинный круглый цилиндр (цилиндрическая поверхность) в прямоугольных координатах имеет уравнение $x^2 + y^2 = c^2$, а в цилиндрических – очень простое уравнение $\rho = c$. Поэтому и называют систему координат цилиндрической.

Переходя к рассмотрению сферической системы координат, судя по известным углам Эйлера [10], можно утверждать, что в ее основе лежит полярная система координат, предложенная им же.

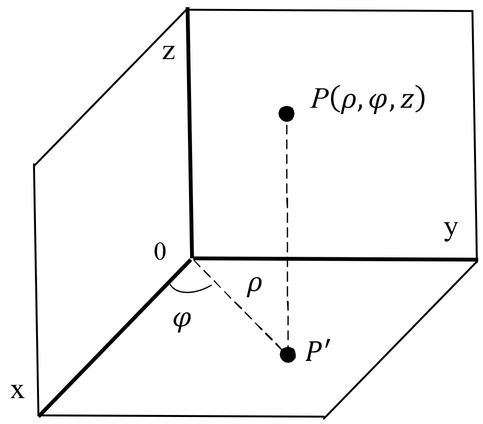



Рисунок 3.16 – Иллюстрация точки $P$ в цилиндрической системе координат

Сферическая система координат строится на основе декартовой прямоугольной системы координат (рис. 3.17).

**Сферическими координатами** называют систему координат для отображения геометрических свойств фигуры в трёх измерениях посредством задания трёх координат $(r, \theta, \varphi)$, где $r$ – кратчайшее расстояние до начала координат, а $\theta$ и $\varphi$ – зенитный и азимутальный углы соответственно.

**Зенит** – это направление вертикального подъёма над произвольно выбранной точкой (точкой наблюдения), принадлежащей так называемой фундаментальной плоскости. В качестве фундаментальной плоскости может быть выбрана плоскость, в которой лежит экватор, или плоскость, в которой лежит горизонт, или плоскость эклиптики и т. д., что порождает разные системы небесных координат.

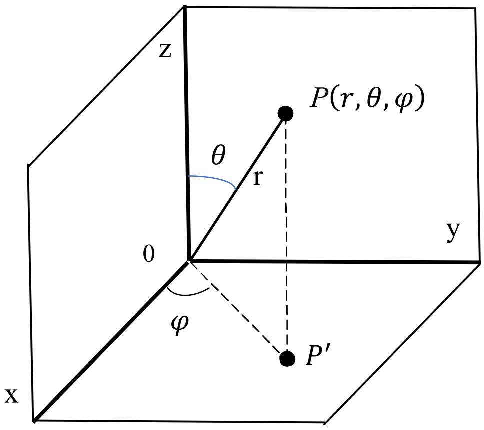



Рисунок 3.17 – Иллюстрация сферической системы координат

**Азимут** – угол между произвольно выбранным лучом фундаментальной плоскости с началом в точке наблюдения и другим лучом этой плоскости, имеющим общее начало с первым.

Применительно к рисунку 3.17 сферической системы координат, фундаментальная плоскость – это плоскость XY. Зенит – некая удаленная точка, лежащая на оси Z и видимая из начала координат. Азимут отсчитывается от оси X до проекции радиус-вектора r на плоскость XY. Это объясняет названия углов, как и то, что сферическая система координат может служить обобщением (пусть хотя бы и приближенным) множества видов систем небесных координат.

На рисунке 3.17 три координаты $(r, \theta, \varphi)$ определены как:

– $r \geq 0$ – расстояние от начала координат до заданной точки $P$;

– $0 \leq \theta \leq 180°$ – угол между осью Z и отрезком, соединяющим начало координат и точку $P$;

– $0 \leq \varphi \leq 360°$ – угол между осью $X$ и проекцией отрезка, соединяющего начало координат с точкой $P$, на плоскости $XY$.

Не будем выносить в данное пособие материал, связанный с пересчетом координат из одной системы в другую. Подробно такой пересчет можно найти в работе [11], а также в данной работе представлены сведения о других наиболее распространенных системах координат, таких как аффинная, барицентрические, биполярные, параболические, проективные и т. д.

Для осознания читателем многообразия задач, решаемых в геодезии и астрономии методом координат, приведем таблицу, в которой поставлены в соответствие названия систем координат и их типы, и виды (табл. 3.1).

Многообразие приведенных в таблице 3.1 координат связано с созданием и развитием теории поверхностей, начало которой положили Л. Эйлер и

Г. Монж. Здесь отметим, что Гаспар Монж (1746–1818 гг.) является основателем начертательной геометрии. Именно он предложил объемные фигуры представлять в трех плоскостях. Такой метод получил название эпюр Монжа.

**Эпюр** (фр. *epure* – чертёж) – чертёж, на котором пространственная фигура изображена методом нескольких плоскостей. Обычно он даёт 3 вида: фронтальную, горизонтальную и профильную проекции (фасад, план, профиль). Чертёж проецируется на взаимно перпендикулярные, а затем развернутые на одну плоскость.

Разработка Л. Эйлером и Г. Монж теории поверхностей, а затем ее развитие К. Гауссом привело к созданию дифференциальной геометрии и топологии. Более подробно с теорией поверхностей можно ознакомиться в работе [12]. Кроме того, созданию дифференциальной геометрии способствовала разработка Н. И. Лобачевским, а затем и Б. Риманом неевклидовых геометрий [13,14]. Данные геометрии отрицают пятый постулат геометрии Эвклида и связаны с кривизной поверхностей.

Таблица 3.1 – Сведения о типах и видах систем координат и их названия

| Название координат | Абсцисса (X). Ордината (Y). Аппликата (Z) |
|---|---|
| Типы систем координат | Прямолинейная система координат. Криволинейная система координат |
| Двумерные координаты | Биангулярные координаты. Бицентрические координаты. Полярные координаты. Биполярные координаты. Параболические координаты. Эллиптические координаты. Тетрациклические координаты. Трилинейные координаты |
| Трехмерные координаты | Цилиндрические координаты. Сферические координаты. Бисферические координаты. Тороидальные координаты. Цилиндрические параболические координаты. Бицилиндрические координаты. Эллипсоидальные координаты. Конические координаты. Пентасферические координаты |
| n-мерные координаты | Декартовы координаты. Аффинные координаты. Проективные координаты. Плюккеровы координаты. Барицентрические координаты |
| Физические координаты | Координаты Риндлера. Координаты Борна. Система небесных координат. Географические координаты. Главноортодромическая система координат. |
| Ключевые понятия | Метод координат. Начало координат. Координатная ось. Вектор. Орт. Система отсчёта. Репер. Коэффициенты Ламе. Метрический тензор |

Суть неевклидовой геометрии Н. И. Лобачевского заключается в том, что в геометрии Евклида он V постулат интерпретирует следующим образом (рис. 3.18).

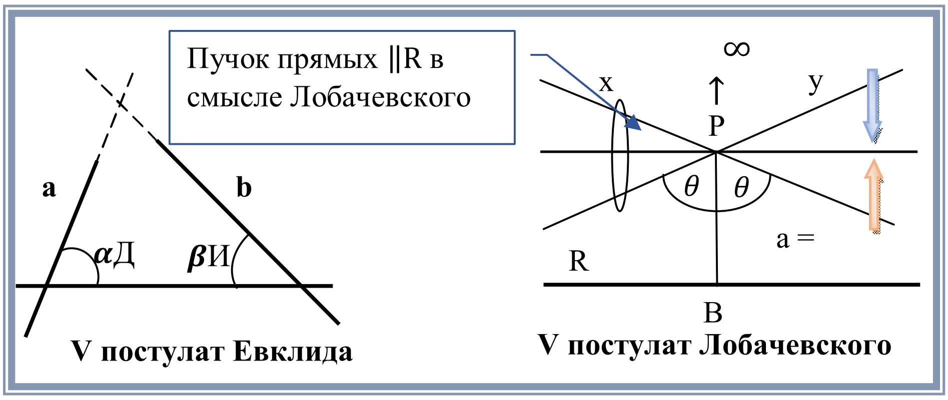



Рисунок 3.18 – Геометрическая интерпретация V постулата Евклидом и Лобачевским

Задана прямая R и на некотором расстоянии от нее, a = BP в одной с ней плоскости проведен пучок прямых, проходящих через точку P. Лобачевский утверждает, что, если бесконечно увеличивать отрезок BP, т. е. $a \to \infty$ , то углы θ между отрезком BP и крайними линиями пучка x и y будут асимптотически стремиться к 90°, следовательно, никогда не пересекут прямую R. Для подтверждения истинности этих утверждений Лобачевский предлагает математическую модель этого явления, которая позволяет получить количественные оценки угла θ,

$$\theta = 2 \operatorname{arctg} e^{-\frac{a}{q}},$$

где q – некоторая постоянная, связанная с кривизной пространства Лобачевского. Она может рассматриваться как абсолютная единица длины, подобно сферической геометрии, где за абсолютную единицу длины принимается радиус сферы.

Под кривизной понимается собирательное название ряда количественных характеристик (скалярных, векторных, тензорных), описывающих отклонение того или иного геометрического «объекта» (кривой, поверхности, риманова пространства и т. д.) от геометрических объектов, заданных определениями и постулатами Евклида (прямая, плоскость, евклидово пространство и т. д.). Примеры поверхностей трех геометрий приведены на рисунке 3.19.

Важным понятием в картографии является проекция. В данном пособии уже упоминался термин «проекция», связанный с проекцией Меркатора (см. пп. 2.3.1).

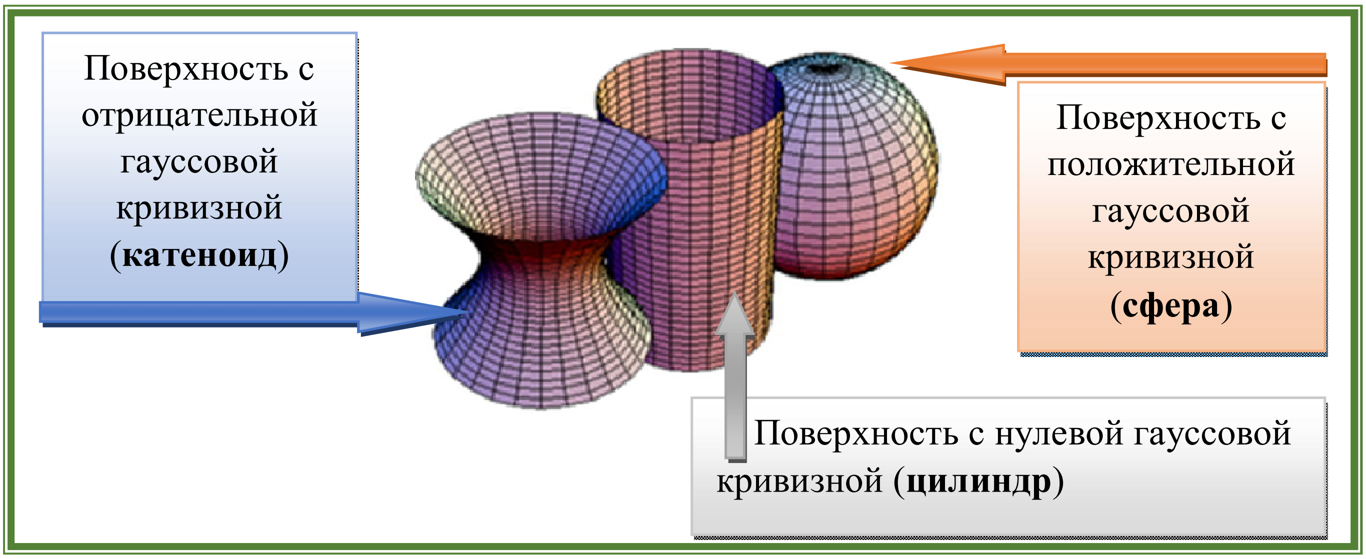



Рисунок 3.19 – Геометрические объекты с различной кривизной поверхностей

По определению, проекцией называется изображение пространственной фигуры на плоскости. Меркатор спроецировал сферу на плоскость. Такая проекция имеет два свойства.

*Первое свойство* проекции Меркатора – равноугольность выражается равенством масштабов по всем направлениям, т. е. $a = b = m = n$. Вследствие этого бесконечно малый кружок на поверхности Земли на карте в проекции Меркатора изобразится также бесконечно малым кружком.

*Второе свойство* определило вид географических меридианов и параллелей проекции: они представляют собой два семейства взаимно перпендикулярных прямых линий.

Кроме того, в настоящее время существует классификация картографических проекций по разным признакам. Например, по:

– характеру искажений (равноугольные или конформные проекции, равновеликие или эквивалентные проекции, равнопромежуточные или эквидистантные проекции, произвольные проекции);

– форме отображения координатных линий нормальной сетки (круговые, азимутальные, конические, цилиндрические, псевдоконические и псевдоцилиндрические);

– положению точки полюса в нормальной системе координат (полярные или нормальные, поперечные или трансверсионные, косые или наклонные);

– способу применения (сплошные, многополосные, многогранные, составные).

Разумеется, каждую картографическую проекцию можно классифицировать с использованием каждого из вышеперечисленных критериев. Так, известная проекция Земли Меркатора является конформной (равноугольной) и поперечной (трансверсионной); проекция Гаусса – Крюгера – конформной поперечной цилиндрической, а при создании карты Гипербореи (рис. 2.16) Меркатор использовал азимутальную проекцию и т. д.

Детально сведения о картографических проекциях табулированы и представлены в работе [12].

Таким образом, с высокой степенью обобщения рассмотрены основы геометрии, используемые в геодезии и картографии. Следует заметить, что современные программные средства, в частности ArcGIS, поддерживают более 40 картографических проекций.

### 3.3 Начертательная геометрия – основа трехмерного моделирования

В предыдущем подразделе отмечалась роль Г. Монжа в создании начертательной геометрии, а именно она является основой для трехмерного моделирования объектов, которые создают некоторые студенты в процессе дипломного проектирования. Практика показала, что студенты затрудняются ответить на вопрос, какая из аксонометрических проекций использовалась при 3D-моделировании. Восполним этот пробел и в настоящем подразделе изложим суть построения трехмерных моделей на основе аксионометрических проекций, предварительно дадим определение термину «начертательная геометрия».

Существует несколько определений термину «начертательная геометрия». На наш взгляд, интересно высказывание основателя начертательной геометрии Г. Монжа: «Если чертеж является языком техники, одинаково понятным всем народам, то начертательная геометрия служит грамматикой этого языка, так как она учит нас правильно читать чужие и излагать на нем свои собственные мысли, пользуясь в качестве слов одними линиями и точками, как элементами всякого изображения». Данное высказывание дополняет материал пп. 2.2 и показывает, что оно актуально в настоящее время. Геометрические модели, описанные языком начертательной геометрии, используются в современных программных продуктах, например, AutoCAD, CorelDraw, ArchiCAD и других графических редакторах.

Начертательную геометрию в работе [13] определяют, как инженерную дисциплину, так и науку.

*Начертательная геометрия* – инженерная дисциплина, представляющая двумерный геометрический аппарат и набор алгоритмов для исследования свойств геометрических объектов.

*Начертательная геометрия* – наука, изучающая пространственные фигуры при помощи их проецирования перпендикулярами на некоторые три плоскости, которые рассматриваются затем совмещёнными одна с другой.

Приведем еще одно определение термину «аксонометрическая проекция».

*Аксонометрическая проекция* – способ изображения геометрических предметов на чертеже при помощи параллельных проекций.

Различают прямоугольные и косоугольные проекции.

К прямоугольным проекциям (направление проецирования *перпендикулярно* к плоскости проекции) относятся:

– прямоугольная изометрическая проекция;

– прямоугольная диметрическая проекция.

К косоугольным проекциям (направление проецирования *не перпендикулярно* к плоскости проекции) относят:

– фронтальная изометрическая проекция;

– фронтальная диметрическая проекция;

– горизонтальная изометрическая проекция.

На рисунке 3.20 приведены расположения осей и показатели искажений по осям.

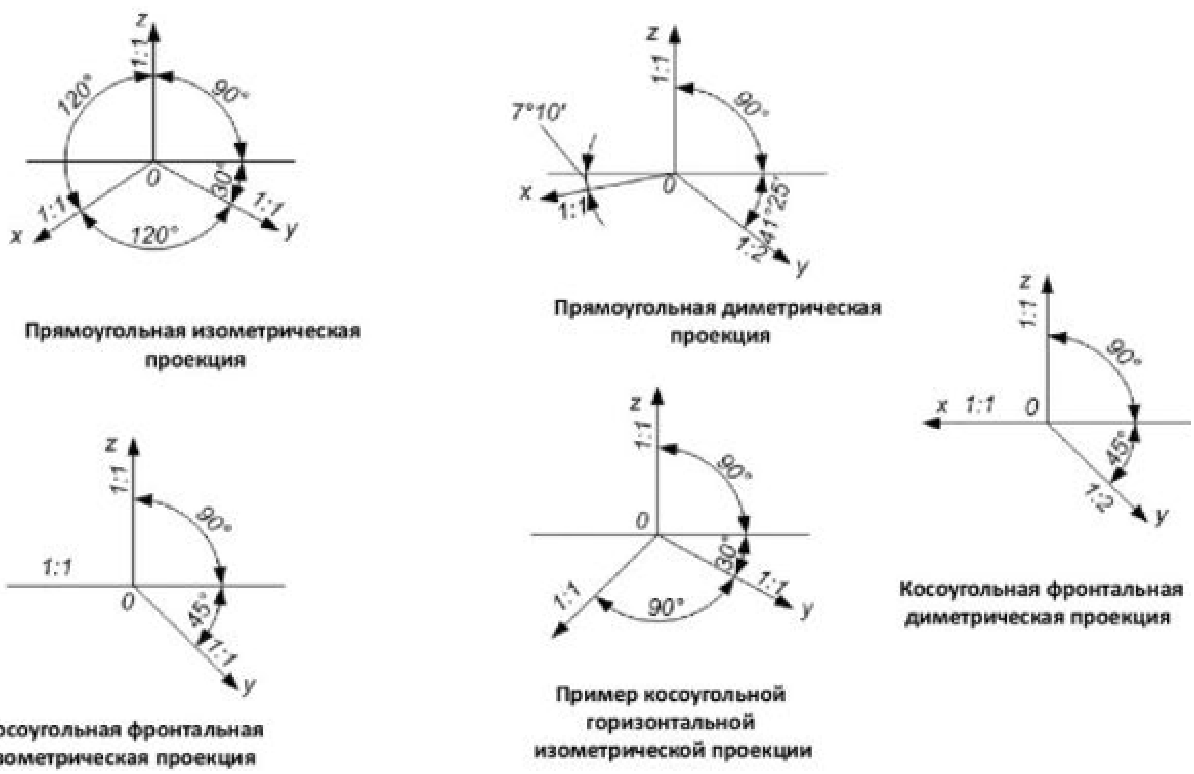



Рисунок 3.20 – Расположение аксонометрических осей и показатели искажений по осям

Приведем примеры построения косоугольных аксонометрических проекций куба с окружностями, вписанными в его грани (рис. 3.21).

Обратим внимание на то, что во фронтальной диметрической проекции (рис. 3.21, а) наглядность изображения куба близка к зрительному восприятию его в действительности. Во фронтальной изометрической проекции (рис. 3.21, б) изображения куба не соответствует его реальной форме, поскольку воспринимается параллелепипедом. Это изображение целесообразно применять для «плоских» предметов, которые имеют небольшую толщину, а также довольно сложной очертание контура, которое нужно изобразить без искажения в координатной плоскости *XOZ. Горизонтальную изометрическую проекцию* (рис. 3.21, в) используют при изображении архитектурных объектов и планов застройки с видом на них с высоты «птичьего полета», а также при съемке местности с натуры.

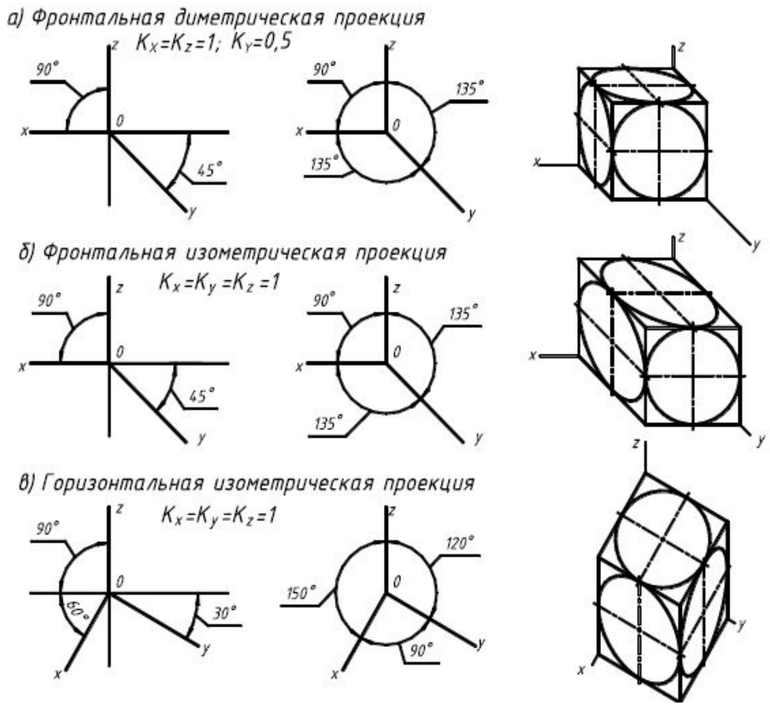



Рисунок 3.21 – Косоугольные аксионометрические проекции

В прямоугольных аксонометрических проекциях (рис. 3.22) самой простой в построении и использовании является *изометрическая* (рис. 3.22, а), потому что углы между осями и коэффициенты искажения (аксонометрические масштабы) по всем трем осям одинаковы. Данным способом более наглядно изображаются предметы круглой формы.

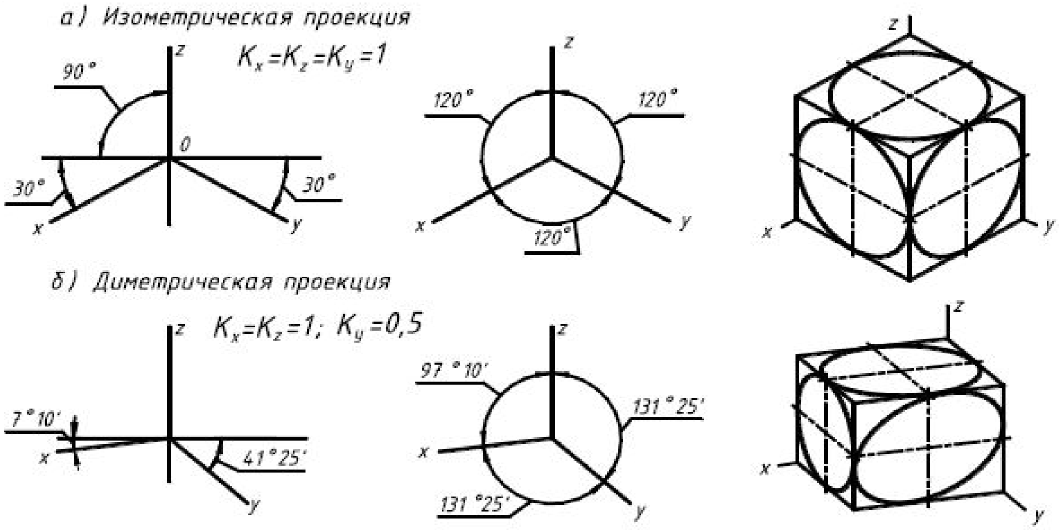



Рисунок 3.22 – Прямоугольные аксонометрические проекции

*Диметрическая прямоугольная проекция* (рис. 3.22, *б*) наиболее близка по изображению к зрительному восприятию объекта в действительности, и она определяет наилучшую наглядность в передаче формы предмета. В этой проекции коэффициент искажения по оси *OY* сокращается в два раза относительно осей *OX* и *OZ*.

Изображения окружностей, вписанных в грани куба, демонстрируют, в каких видах аксонометрии и в каких положениях целесообразнее изобразить тела вращения и предметы с округлой формой для их наилучшего зрительного восприятия.

Таким образом, начертательная геометрия тесно связана с евклидовой геометрией и знания ее основ будут полезны студентам, которые на старших курсах изучают моделирование сложных систем, в частности особенности 3D-моделирования. К сожалению, не все учебные планы предполагают изучение основ начертательной геометрии по специальности «Геодезия и землеустройство».

## 3.4 Фрактальная геометрия – научная основа изучения ноосферных процессов и явлений

Начнем изложение данного подраздела с народной мудрости: «Если ты все понял, значит, тебе не все рассказали».

Предложенный в данном подразделе материал выходит за рамки существующих планов по специальности «Геодезия и землеустройство».

Вместе с тем, материал данного пособия претендует на некоторую новизну, так как в пп. 1.1 введен и обоснован новый термин «ноогеоматика», определение которого расширяет изучаемую предметную область, и на наш взгляд, обусловливает рассмотрение новых методов и формальных представлений современной математики, в частности – фрактальной и финслеровой геометрии.

Итак, дадим определение термину «фрактал».

*Фрактал* (лат. *Fractus* – дроблёный, сломанный, разбитый) – множество, обладающее свойством самоподобия (объект, в точности или приближённо совпадающий с частью себя самого, то есть целое имеет ту же форму, что и одна или более частей). В математике под фракталами понимают множества точек в евклидовом пространстве, имеющие дробную метрическую размерность.

Перед тем как излагать основные сведения о фрактальной геометрии напомним читателю, что она является логическим продолжением развития эвклидовой, затем не эвклидовой геометрии (см. пп. 3.2, 3.3), а также результатом деятельности диалектических законов, изложенных в пп. 2.1.

Рассматривая и подвергая анализу основные постулаты эвклидовой геометрии, сначала Н. И. Лобачевский и К. Гаусс, а затем и Б. Риман подвергли сомнению V-й постулат геометрии Эвклида о параллельности прямых. Заслугой Н. И. Лобачевского, К. Гаусса и Б. Римана в развитии геометрии являлось то, что они изучали свойства геометрических фигур (прямой, треугольника, параллелограмма и др.) спроецированных на тела, имеющие некоторую кривизну – сферу (Н. И. Лобачевский), цилиндр (К. Гаусс), катеноид (Б. Риман), что привело к созданию неевклидовой геометрии.

Следующим шагом в развитии геометрии, на наш взгляд, было создание фрактальной геометрии, основателем которой по праву считается американский математик Б. Мандельброт. Он посмотрел на Землю и процессы на ней протекающие в предельно-детализированном виде. Б. Мандельброт искал формы материи, которые не поддаются моделированию при помощи известных геометрических методов и представлений эвклидовой и не эвклидовой геометрии. В своей работе «Фрактальная геометрия природы» [15] Б. Мандельброт показывает, что такие объекты и явления, как облака, горы, морской прибой, разряды молний, различные виды турбулентностей и др. невозможно моделировать на основе упомянутых геометрий.

Решая задачи моделирования вышеупомянутых объектов и процессов Б. Мандельброт опирается на известные к тому времени математические конструкции и формализмы основателя теории множеств Г. Кантора, в частности, исследует свойства множества, получившего название «Пыль Кантора». Так назвал Б. Мандельброт фрактал, который получается из процедуры деления отрезка интервалом [0,1] на три части и выбрасыванием из него средней части (рис. 3.23).

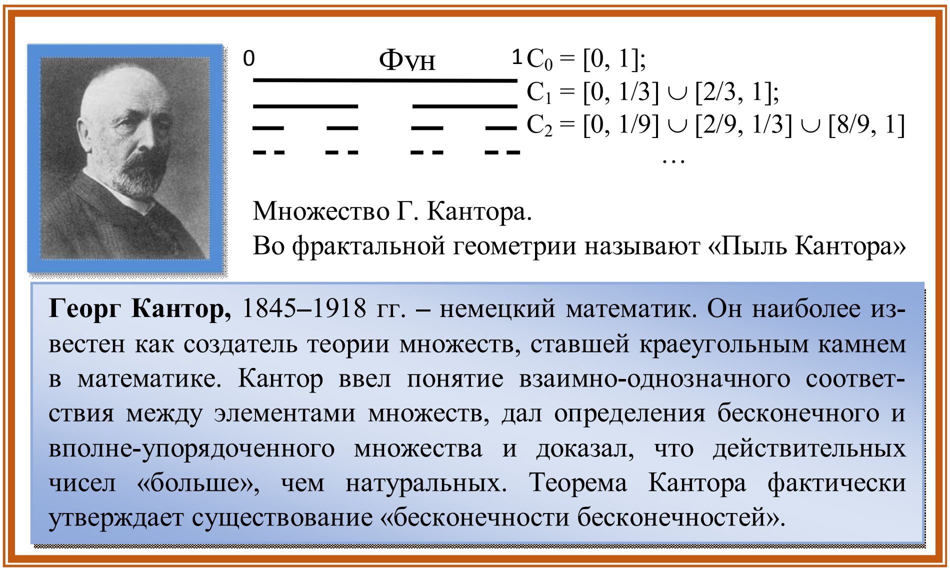



Рисунок 3.23 – Иллюстрация процедуры получения «Пыли Кантора»

Кроме того, Б. Мандельброт изучает непрерывные кривые, которые не поддаются дифференцированию, т. е. такие, к которым невозможно провести касательную. Исследованием такой кривой занимался шведский математик Хельге фон Кох в 1904 году, и которая названа его именем – кривой Коха. Пошаговая процедура построения фигур кривой Коха показана на рисунке 3.24.

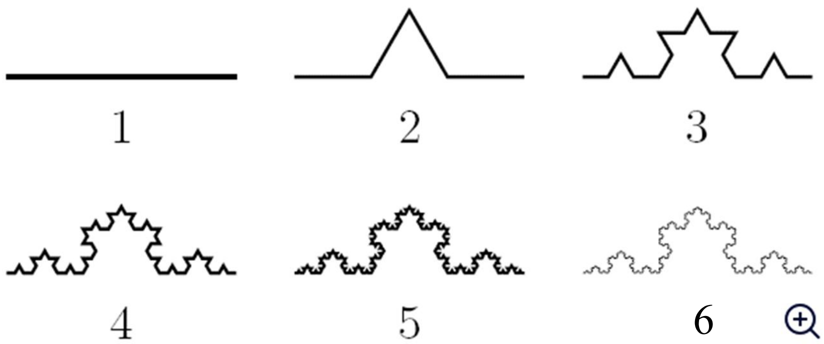



Рисунок 3.24 – Иллюстрация процедур построения кривой Коха

Суть процедуры построения кривой Коха заключается в следующем. По аналогии с процедурой получения «Пыли Кантора» разобьём единичный отрезок на три равные части и заменим средний интервал равносторонним треугольником без этого сегмента (процедура 2 на рис. 3.24). В результате образуется ломаная, состоящая из четырёх звеньев длины 1/3. На следующем шаге повторяем операцию для каждого из четырёх получившихся звеньев и т. д.

Кривая Коха обладает следующими свойствами:

– нигде не дифференцируема и не спрямляема;

– имеет бесконечную длину;

– не имеет самопересечений;

– имеет промежуточную (то есть не целую) хаусдорфову размерность, которая равна $\ln 4/\ln 3 \approx 1{,}26$, поскольку она состоит из четырёх равных частей, каждая из которых подобна всей кривой с коэффициентом подобия 1/3.

Приведем определение размерности Хаусдорфа [16].

*Размерность Хаусдорфа* – естественный способ определить размерность подмножества в метрическом пространстве. Размерность Хаусдорфа согласуется с нашими обычными представлениями о размерности в тех случаях, когда эти обычные представления есть. Например, в трёхмерном евклидовом пространстве хаусдорфова размерность конечного множества равна нулю, размерность гладкой кривой – единице, размерность гладкой поверхности – двум и размерность множества ненулевого объёма – трём. Для более сложных (фрактальных) множеств размерность Хаусдорфа может не быть целым числом.

*Фрактальная размерность* – один из способов определения размерности множества в метрическом пространстве. Фрактальную размерность $n$-мерного множества можно определить с помощью формулы:

$$D = -\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{\ln(N_\varepsilon)}{\ln(\varepsilon)},$$

где $N_\varepsilon$– минимальное число $n$-мерных «шаров» радиуса $\varepsilon$, необходимых для покрытия множества. Фрактальная размерность может принимать не целое числовое значение.

Значения фрактальных размерностей отдельных фигур сведены в таблицу 3.2. Более полный список фрактальных размерностей по Ф. Хаусдорфу представлен в работе [16], к которым относятся геометрические, алгебраические и стохастические фракталы.

Слово «фрактал» употребляется не только в качестве математического термина. Фракталом может называться предмет, обладающий, по крайней мере, одним из указанных ниже свойств:

– обладает нетривиальной структурой на всех масштабах. В этом отличие от регулярных фигур (таких как окружность, эллипс, график гладкой функции): если рассмотреть небольшой фрагмент регулярной фигуры в очень крупном масштабе, то он будет похож на фрагмент прямой. Для фрактала увеличение масштаба не ведёт к упрощению структуры, то есть на всех шкалах можно увидеть одинаково сложную картину;

– является самоподобным или приближённо самоподобным;

– обладает дробной метрической размерностью или метрической размерностью, превосходящей топологическую.

Таблица 3.2 – Размерности отдельных геометрических фракталов

| Номер п/п | Название фрактала | Размерность фрактала |
|---|---|---|
| 1 | Пыль Кантора | $D = \log(2)/\log(3) \approx 0{,}6309$ |
| 2 | Кривая Коха | $D = \log 2^2/\log 3 = 2\log 2/\log 3 \approx 1{,}26$ |
| 3 | Треугольник Серпинского | $D = \log 3/\log 2 \approx 1{,}58$ |
| 4 | Коврик Серпинского | $D = \log 8/\log 3 \approx 1{,}89$ |
| … | … | … |

Рассматривая фрактальную геометрию с точки зрения ее применения в геодезии, нас в большей степени интересуют геометрические фракталы. Напомним, что многие объекты природы, а по Вернадскому В. И. ноосферы [17], обладают свойствами фракталов, например, побережья, облака, кроны деревьев, снежинки и т. д. Кроме того, и человек как неотъемлемая часть ноосферы имеет фрактальные свойства, так как его жизненно важные органы – системы кровообращения, легкие, печень, головной мозг имеют также фрактальную структуру. Отсюда можно сделать важный вывод, что ноосфера имеет фрактальные свойства! Очевидно, что и наша планета Земля в целом представляет собой фрактал, так как она имеет не идеальную форму в виде эллипсоида, а представляет собой геоид, фрактальную размерность которого еще предстоит определить. Фрактальная размерность геоида может быть показателем кривизны Земли и быть полезной для построения глобальной геодезической сети, решающая ряд важных задач высшей геодезии, например, уточнение фундаментальных геодезических постоянных, изучение гравитационного поля Земли, определение движений полюсов Земли, задание единой для всей Земли системы геоцентрических пространственных прямоугольных или геодезических координат и т. д.

Кроме того, применение фрактальных представлений и формализмов может быть использовано при корректировке данных о государственных геодезических, плановых и локальных сетей сгущения, так как один из методов построения геодезических сетей, а именно метод триангуляции, подобен методу построения кривых Коха, Пеано, Гильберта и треугольника Серпинского и других геометрических фракталов.

С точки зрения геоматики и построения геоинформационных систем, моделирование процессов и явлений планетарного масштаба, фрактальные представления дают возможность строить динамические и реалистичные 3D-модели. В своем выступлении [15] Б. Мандельброт приводит примеры использования фракталов в кинематографии, где такие явления как огонь (взрыв), волнения моря (рис. 3.25 а, б) и другие создают на основе математических моделей фрактальной геометрии.

а б

Рисунок 3.25 – Фрактальное представление явлений природы

Кроме того, структуры фракталов используются современными архитекторами и строителями. Отдельные образцы архитектуры зданий показаны на рисунках 3.26, 3.27 и 3.28.

Рисунок 3.26 – Многофункциональный комплекс Federation Square, Мельбурн, Австралия

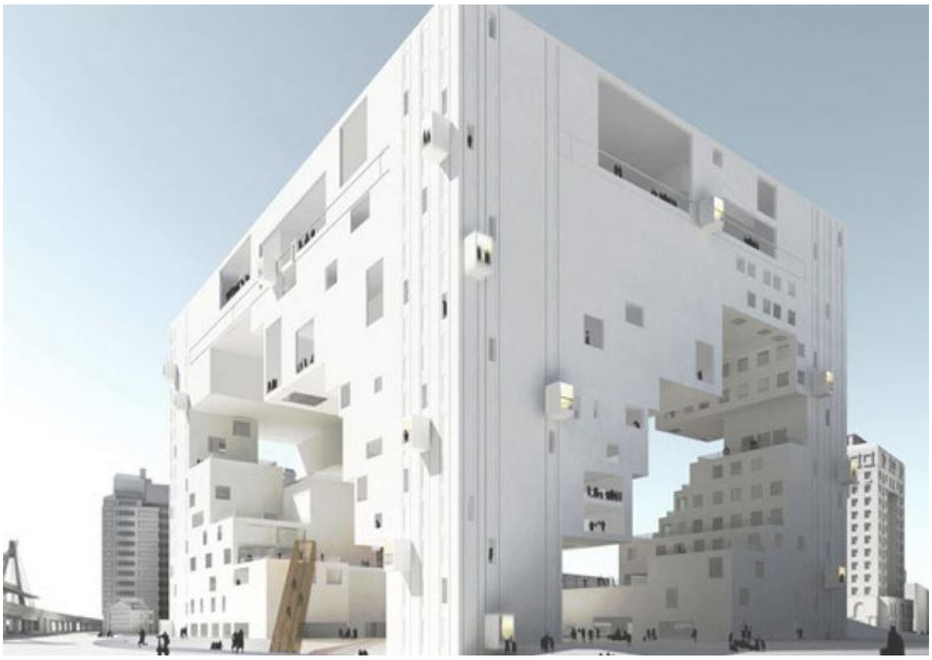


Рисунок 3.27 – Центр исполнительских видов искусства, Тайбей

Создатель фрактальной геометрии Б. Мандельброт отмечает свойство фракталов, которое заключается в том, что построение реалистичных моделей природных процессов и явлений не требует большого количества машинной памяти, так как они строятся на основе математических формул рекурсивным методом, что немаловажно при построении геоинформационных систем.


Рисунок 3.28 – Бутик Liverpool Insurgentes, Мексика

Таким образом, выше приведена лишь небольшая часть сведений о теории фракталов. Желающим детально ознакомиться с фрактальной геометрией следует обратиться к первоисточнику [14], а также прослушать публичную лекцию Б. Мандельброта [15] и изучить учебное пособие [18].

## 3.5 Геометрия Вселенной

В данной части учебного пособия воспользуемся еще раз литературным приемом переноса читателя в пространстве и времени. Он был уже использован авторами данного пособия в пп. 2.3. Тем более, что здесь это уместно, так как речь пойдет об искривлении пространства, ускорении и замедлении времени.

Очевидно, одним из первых идею перемещения людей в пространстве и времени интуитивно использовал Иоганн Вольфганг Гете, который в своем романе «Фауст» (1774–1831 гг.) упоминает о «корабле времени», уносящего доктора Фауста и Елену Троянскую от Мефистофеля, паруса которого наполнялись временем.

Герберт Джордж Уэллс назвал свой роман «Машина времени» (1895 г.), где он путешественника перемещает в 802 701 год в мир будущего.

Кроме упомянутых писателей к теме перемещения людей в пространстве и времени обращались многие писатели различных стран: американский писатель в жанре научной фантастики Клиффорд Саймак, польский писатель и философ Станислав Лем, русские и советские писатели братья Стругатские, Михаил Булгаков и другие.

Развитие хронофантастики непосредственно связано с развитием промышленности и научно-техническим прогрессом человечества. На наш взгляд, промежуток времени от середины XIX – до середины XX века является временным интервалом смены нескольких методологических парадигм, в частности физики и геометрии. Если в геометрии на смену Евклидовой геометрии пришла неевклидова (геометрия Лобачевского, Гаусса и Римана), а за тем и геометрия Вселенной, то результаты классической ньютоновской физики дополнилась результатами электродинамики (уравнения Максвелла), а также созданием Альбертом Эйнштейном специальной, а затем и общей теории относительности [19, 20].

Обычно специальную и общую теорию относительности изучают в курсе физики, которая связана с исследованием пространства-времени, а также гравитацией. Учитывая, что геодезия – это наука, изучающая форму Земли и ее гравитационную составляющую, то общие сведения о специальной и общей теории относительности, оперирующих геометрическими формами и понятиями, но в масштабах Вселенной будут полезны нашему читателю. Конечно, помещенные ниже сведения дают только общее представление об искривлении пространства и геодезических линиях вблизи объектов огромных масс, замедления времени вблизи черных дыр и т. д. Однако данный материал открывает новые научные горизонты для изучения последних достижений в науке, полученных на стыке фундаментальных и профессиональных дисциплин, изучающих студентами по специальности «Геодезия и землеустройство».

*Исходные определения и постулаты специальной теории относительности*

*Система отсчета* – материальное тело, выбираемое в качестве начала этой системы, способ определения положения объектов относительно начала системы отсчета и способ измерения времени. Обычно различают системы отсчета и системы координат. Добавление процедуры измерения времени к системе координат «превращает» ее в систему отсчета.

*Инерциальная система отсчета* – это такая система, относительно которой объект, неподверженный внешним воздействиям, движется равномерно и прямолинейно (рис. 3.29). Постулируется, что любая система отсчета, движущаяся относительно данной инерциальной системы равномерно и прямолинейно, также является инерциальной системой отсчета.

*Событием* называется любой физический процесс, который может быть локализован в пространстве, и имеющий при этом очень малую длительность. Другими словами, событие полностью характеризуется координатами (x, y, z) и моментом времени t. Примерами событий являются: вспышка света, положение материальной точки в данный момент времени и т. п.

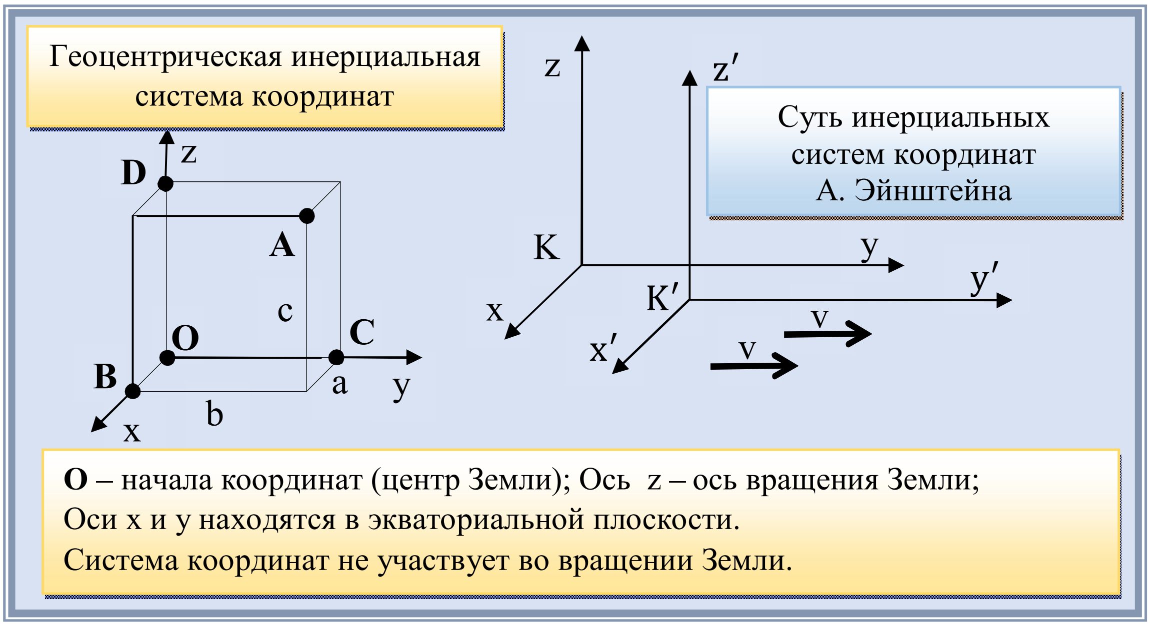



Рисунок 3.29 – Иллюстрация инерциальной системы отсчета

*Инвариант* в физике – физическая величина, значение которой в некотором физическом процессе не изменяются с течением времени. Примеры: энергия, компоненты импульса и момента импульса в замкнутых системах.

*1 постулат Эйнштейна, или принцип относительности:* все законы природы инвариантны по отношению ко всем инерциальным системам отсчета. Все физические, химические, биологические явления протекают во всех инерциальных системах отсчета одинаково.

*2 постулат, или принцип постоянства скорости света:* скорость света в вакууме постоянна и одинакова по отношению к любым инерциальным системам отсчета. Она не зависит ни от скорости источника света, ни от скорости его приемника. Ни один материальный объект не может двигаться со скоростью, превышающей скорость света в вакууме. Более того, ни одна частица вещества, т. е. частица с массой покоя, отличной от нуля, не может достичь скорости света в вакууме, с такой скоростью могут двигаться лишь полевые частицы, т. е. частицы с массой покоя, равной нулю.

Таким образом, в рамках создания специальной теории относительности А. Эйнштейном найдено соотношение (эквивалентность) массы и энергии, согласно которой масса тела является мерой энергии, заключенной в нем. Энергия тела равна массе тела, умноженной на размерный множитель квадрата скорости света в вакууме:

$$\mathrm{E} = mc^2,$$

где Е – энергия тела, $m$ – его масса, $c$ – скорость света в вакууме, равная 299 792 458 м/с.

*Основные сведения об общей теории относительности*

В 1916 году А. Эйнштейн опубликовал основные результаты общей теории относительности, где развил специальную теорию относительности за счет рассмотрения не только инерциальных систем, но и на любые движущие системы. Основные принципы общей теории относительности сводятся к следующему:

– ограничение применимости принципа постоянства скорости света областями, где гравитационными силами можно пренебречь, т. е. где гравитация велика, скорость света замедляется;

– распространение принципа относительности на все произвольно движущие системы.

В этой теории постулируется, что гравитационные и инерциальные силы имеют одну и ту же природу.

Разрабатывая общую теорию относительности, или, как ее еще называют, геометрическую теорию тяготения, А. Эйнштейн постулировал положение о том, что гравитационные эффекты обусловлены не силовым взаимодействием тел и полей, находящихся в пространстве-времени, а деформацией самого пространства-времени, связанного, в частности, с присутствием массы-энергии. Такой эффект можно продемонстрировать рисунком 3.30.

Под термином «девиация» в естественных науках понимают отклонение параметров от нормы.

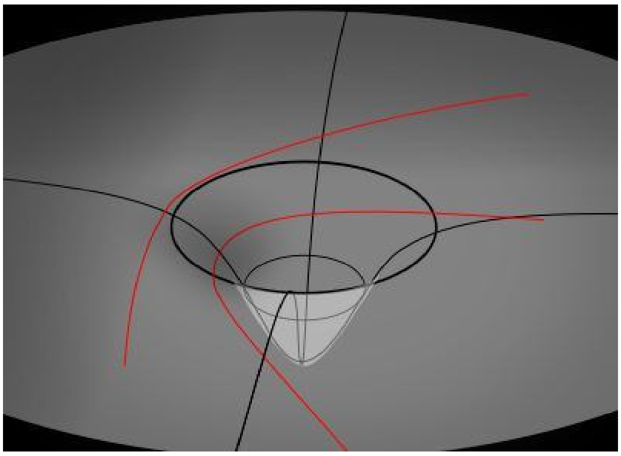


Рисунок 3.30 – Иллюстрация девиации геодезических линий вблизи массивного тела

Еще один важный вывод, вытекающий из общей теории относительности А. Эйнштейна, – это то, что луч света, обладающий инертной, а следовательно, и гравитационной массой, искривляется в поле тяготения и может огибать космические объекты, обладающие огромной массой. Такой эффект в космологии получил название гравитационной линзы (рис. 3.31).

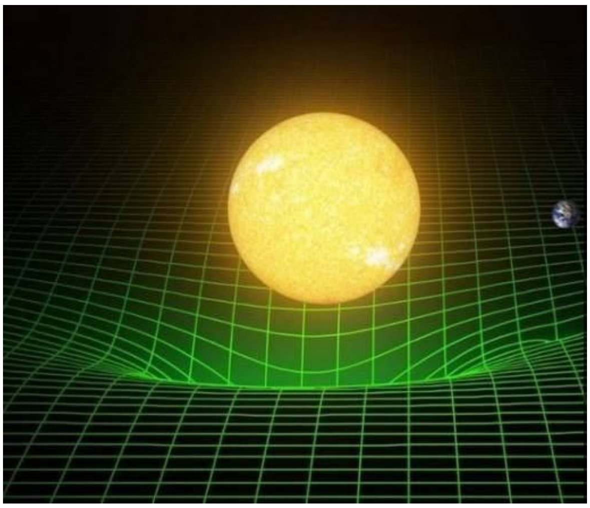


Рисунок 3.31 – Иллюстрация девиации геодезических линий вблизи Солнца и Земли

Пример отклонения от нормы, т. е. девиацию геодезических линий вблизи Солнца и Земли, показан на рисунке 3.32.

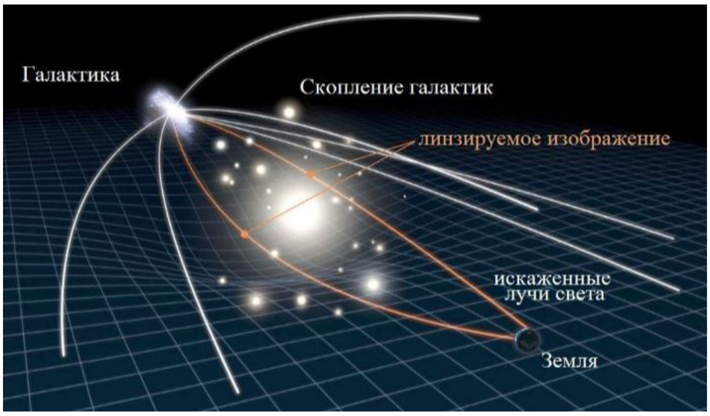



Рисунок 3.32 – Иллюстрация эффекта Гравитационная линза

Из общей теории относительности также вытекает такое понятие, как «черная дыра», которая представляет собой область пространства-времени, гравитационное притяжение которой настолько велико, что покинуть ее не могут даже объекты, движущиеся со скоростью света, в том числе кванты самого света. Граница этой области называется *горизонтом событий,* а её характерный размер – *гравитационным радиусом* (r), [21].

Черная дыра и ее гравитационный радиус иллюстрируется на рисунке 3.33.

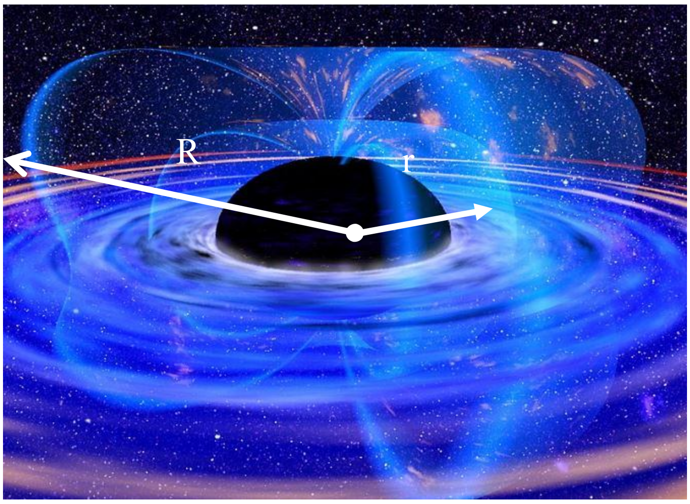



Рисунок 3.33 – Черная дыра с аккреционным диском горячей плазмы

Гравитационные эффекты, приведенные выше, формально описаны уравнением А. Эйнштейна, которое имеет вид:

$$R_{\mu\nu} - \frac{R}{2} g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

или

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu},$$

где $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{R}{2} g_{\mu\nu} R$ – тензор Эйнштейна, Λ– космологическая константа, $g_{\mu\nu}$ – метрический тензор, c – скорость света в вакууме, G – гравитационная постоянная Ньютона, а $T_{\mu\nu}$ – тензор энергии-импульса.

В задачах локальных масштабов часто лямбда-членом $\Lambda g_{\mu\nu}$ пренебрегают, так как они далеки от космологических масштабов.

Тогда запись ещё более упрощается:

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}.$$

Уравнение А. Эйнштейна решали многие ученые для получения конкретных количественных значений при различных условиях состояния черной дыры, например, Карл Шварцшильд решал уравнение для сферически-симметричной чёрной дыры без вращения и без электрического заряда, а Ганс Рейснер и Гуннар Нордстрем для сферически-симметричной чёрной дыры с зарядом, но без вращения и т. д. [21].

Исследованию черных дыр посвящено много работ в области космологии, астрофизики, термодинамики, в том числе и геометрии (геометрия, изучающая особенности искривления геодезических линий в районе сверхмассивных объектов Вселенной). При исследовании пространства-времени кроме черных дыр, ученые изучают такой объект, как световой конус [22], многомерность пространства-времени, в том числе и многомерность самого времени [23], что приводит к гипотезе о возможности путешествий во времени, с которых и началось изложение данного материала.

### 3.6 Основные теоретические сведения физической оптики

Материал данного подраздела является вводным для таких учебных дисциплин, как «Геодезия», «Электронные геодезические приборы», «Дистанционное зондирование Земли», «Спутниковая геодезия» и «Фотограмметрия». Он предназначен для ознакомления и напоминания читателям о природе света, его дуальности – корпускулярной теории И. Ньютона и волновой теории Р. Гука и Х. Гюйгенса, а также основных понятий теории света и законов геометрической оптики.

**Свет** – это электромагнитные волны, длины волн которых лежат для среднего глаза человека в пределах от 400 нм до 760 нм. В этих пределах свет называется видимым. Свет с наибольшей длиной волны кажется нам красным, а с наименьшей – фиолетовым. Свет с большими, чем у красного, длинами волн, называется *инфракрасным.* Его наш глаз не замечает, но наша кожа фиксирует такие волны в виде теплового излучения. Свет с меньшими, чем у фиолетового, длинами волн, называется *ультрафиолетовым* [24].

**Электромагнитные волны** и, в частности световые волны, или просто свет – это распространяющееся в пространстве и во времени электромагнитное поле. Электромагнитные волны поперечны – векторы электрической напряженности и магнитной индукции перпендикулярны друг другу и лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. Световые волны, как и любые другие электромагнитные волны, распространяются в веществе с конечной скоростью, которая может быть рассчитана по формуле:

$$v = 1/\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0},$$

где $\varepsilon$ и $\mu$ – диэлектрическая и магнитная проницаемости вещества, $\varepsilon_0$ и $\mu_0$ – электрическая и магнитная постоянные: $\varepsilon_0$ = 8,85419·10$^{-12}$ Ф/м, $\mu_0$ = 1,25664 × 10$^{-6}$ Гн/м. Скорость света в вакууме, где $\varepsilon = \mu = 1$ постоянна и равна $c = 3 \times 10^8$ м/с, она также может быть вычислена по формуле:

$$c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}.$$

Скорость света в вакууме является одной из фундаментальных физических постоянных. Если свет распространяется в какой-либо среде, то скорость его распространения также выражается следующим соотношением:

$$\nu = \frac{c}{n},$$

где $n$ – показатель преломления вещества – физическая величина, показывающая во сколько раз скорость света в среде меньше, чем в вакууме. Показатель преломления, как видно из предыдущих формул, может быть рассчитан следующим образом:

$$n = \sqrt{\varepsilon\mu}.$$

При распространении световых волн возникает поток электромагнитной энергии. Световые волны испускаются в виде отдельных квантов электромагнитного излучения (фотонов) атомами или молекулами.

Кроме света существуют и другие виды электромагнитных волн. Они представлены на рисунке 3.34, границы которых показаны условно.

**Интерференция** – одно из ярких проявлений волновой природы света. Оно связано с перераспределением световой энергии в пространстве при наложении так называемых **когерентных** волн, то есть волн, имеющих одинаковые частоты и постоянную разность фаз. Интенсивность света в области перекрытия пучков имеет характер чередующихся светлых и темных полос, причем в максимумах интенсивность больше, а в минимумах меньше суммы интенсивностей пучков. При использовании белого света интерференционные полосы оказываются окрашенными в различные цвета спектра.

Для расчета интерференции используется понятие **оптической длины пути**. Пусть свет прошел расстояние $L$ в среде с показанием преломления $n$. Тогда его оптическая длина пути рассчитывается по формуле:

$$L_{opt} = L_n.$$

Интерференция проявляется при наложении хотя бы двух лучей. Для них вычисляется **оптическая разность хода** (разность оптических длин) по следующей формуле:

$$\Delta = |L_1 n_1 - L_2 n_2|.$$

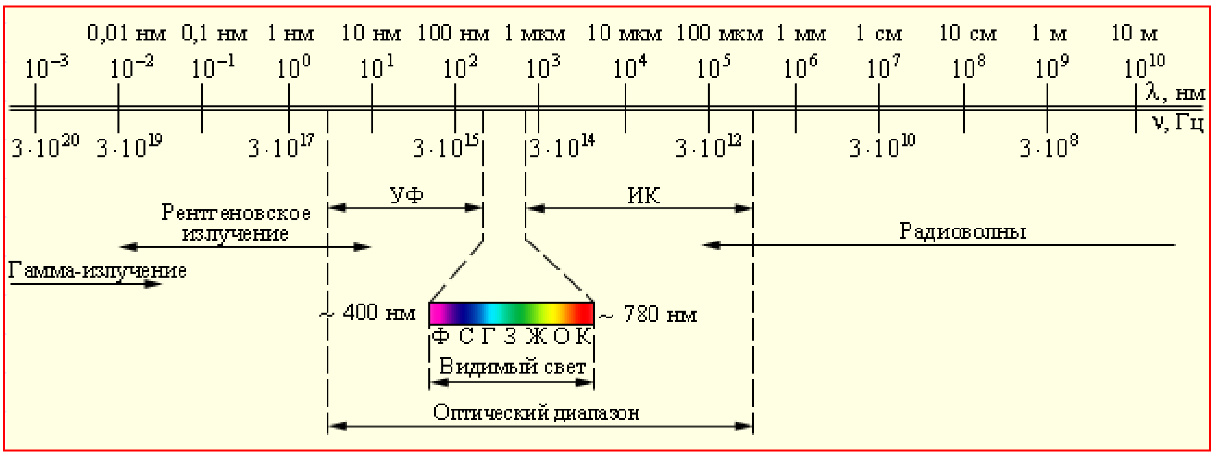



Рисунок 3.34 – Шкала электромагнитных волн

Именно эта величина характеризует минимум или максимум интерференции. **Интерференционный максимум** (светлая полоса) наблюдается в тех точках пространства, в которых выполняется следующее условие:

$$\Delta = 2m\frac{\lambda}{2}, \ \ m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Разность фаз колебаний при этом составляет:

$$\Delta\varphi = 2m\pi, \ \ m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

При $m = 0$ наблюдается максимум нулевого порядка, при $m = \pm 1$ максимум первого порядка и так далее. **Интерференционный минимум** (темная полоса) наблюдается при выполнении следующего условия:

$$\Delta = (2m - 1)\frac{\lambda}{2}, \ \ m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Разность фаз колебаний при этом составляет:

$$\Delta\varphi = (2m - 1)\pi, \ \ \ m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

При первом нечетном числе (единица) будет минимум первого порядка, при втором (тройка) минимум второго порядка и т. д. Минимума нулевого порядка не бывает.

**Дифракцией** света называется явление отклонения света от прямолинейного направления распространения при прохождении вблизи препятствий, размеры которых сопоставимы с длиной волны света (огибание светом препятствий). Как показывает опыт, свет при определенных условиях может заходить в область геометрической тени (то есть быть там, где его быть не должно). Если на пути параллельного светового пучка расположено круглое препятствие (круглый диск, шарик или круглое отверстие в непрозрачном экране), то на экране, расположенном на достаточно большом расстоянии от препятствия, появляется **дифракционная картина** – система чередующихся светлых и темных колец. Если препятствие имеет линейный характер (щель, нить, край экрана), то на экране возникает система параллельных дифракционных полос.

**Дифракционные решетки** представляют собой периодические структуры, выгравированные специальной делительной машиной на поверхности стеклянной или металлической пластинки. У хороших решеток параллельные друг другу штрихи имеют длину порядка 10 см, а на каждый миллиметр приходится до 2 000 штрихов. При этом общая длина решетки достигает 10–15 см. Изготовление таких решеток требует применения самых высоких технологий. На практике применяются также и более грубые решетки с 50–100 штрихами на миллиметр, нанесенными на поверхность прозрачной пленки.

При нормальном падении света на дифракционную решетку в некоторых направлениях (помимо того, в котором изначально падал свет) наблюдаются максимумы. Для того чтобы наблюдался **интерференционный максимум**, должно выполняться следующее условие:

$$d\ \sin\varphi = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

где $d$ – период (или постоянная) решетки (расстояние между соседними штрихами), $m$ – целое число, которое называется порядком дифракционного максимума. В тех точках экрана, для которых это условие выполнено, располагаются так называемые главные максимумы дифракционной картины.

Приведем важные определения и законы геометрической оптики.

**Геометрическая оптика** – это раздел физики, в котором не учитываются волновые свойства света. Основные законы геометрической оптики были известны задолго до установления физической природы света.

**Оптически однородная среда** – это среда, во всем объеме которой показатель преломления остаётся неизменным.

**Закон прямолинейного распространения света:** в оптически однородной среде свет распространяется прямолинейно. Этот закон приводит к представлению о световом луче как о геометрической линии, вдоль которой распространяется свет. Следует отметить, что закон прямолинейного распространения света нарушается и понятие светового луча утрачивает смысл, если свет проходит через малые отверстия, размеры которых сравнимы с длиной волны (в этом случае наблюдается дифракция).

На границе раздела двух прозрачных сред свет может частично отразиться так, что часть световой энергии будет распространяться после отражения по новому направлению, а частично пройти через границу и распространяться во второй среде.

**Закон отражения света:** падающий и отраженный лучи, а также перпендикуляр к границе раздела двух сред, восстановленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости (плоскость падения). Угол отражения $\gamma$ равен углу падения $\alpha$. Заметим, что все углы в оптике измеряются от перпендикуляра к границе раздела двух сред.

**Закон преломления света (закон Снеллиуса):** падающий и преломленный лучи, а также перпендикуляр к границе раздела двух сред, восстановленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости. Отношение синуса угла падения $\alpha$ к синусу угла преломления $\beta$ есть величина, постоянная для двух данных сред, и определяется выражением:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{n_2}{n_1}=n_{21}.$$

Закон преломления был экспериментально установлен голландским ученым В. Снеллиусом в 1621 году.

Постоянную величину $n_{21}$ называют **относительным показателем преломления** второй среды относительно первой. Показатель преломления среды относительно вакуума называют **абсолютным показателем преломления**.

Среду с большим значением абсолютного показателя называют оптически более плотной, а с меньшим – менее плотной. При переходе из менее плотной среды в более плотную луч «прижимается» к перпендикуляру, а при переходе из более плотной в менее плотную – «удаляется» от перпендикуляра. Единственный случай, когда луч не преломляется, это если угол падения равен 0 (то есть лучи перпендикулярны границе раздела сред).

При переходе света из оптически более плотной среды в оптически менее плотную $n_2 < n_1$ (например, из стекла в воздух) можно наблюдать **явление полного внутреннего отражения**, то есть исчезновение преломленного луча. Это явление наблюдается при углах падения, превышающих некоторый критический угол $\alpha_{\text{пр}}$, который называется **предельным углом полного внутреннего отражения**. Для угла падения $\alpha=\alpha_{\text{пр}}$, $\sin\beta=1$, так как $\beta=90°$, это значит, что преломленный луч идет вдоль самой границы раздела, при этом, согласно закону Снеллиуса, выполняется следующее условие:

$$\sin\alpha_{\text{пр}}=\frac{n_2}{n_1}.$$

Как только угол падения становиться больше предельного, то преломленный луч уже не просто идет вдоль границы, а он и вовсе не появляется, так как его синус теперь уже должен быть больше единицы, а такого не может быть.

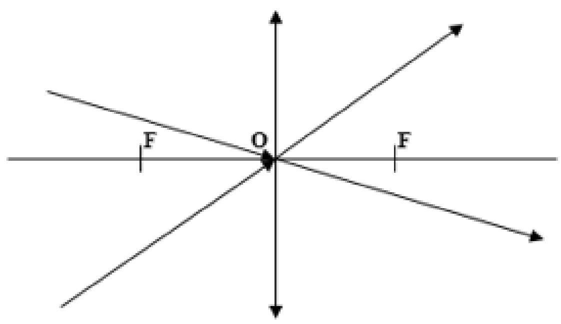
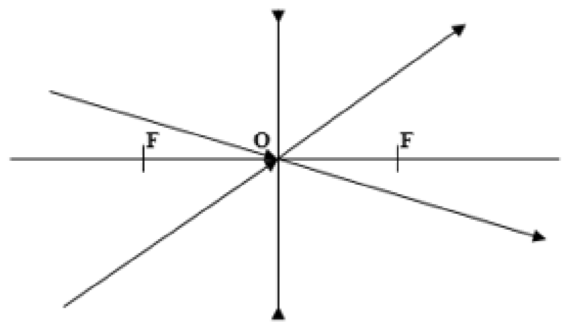
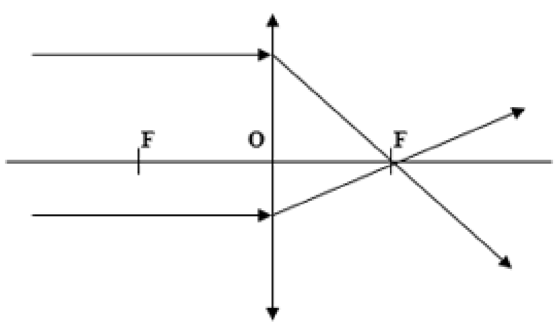
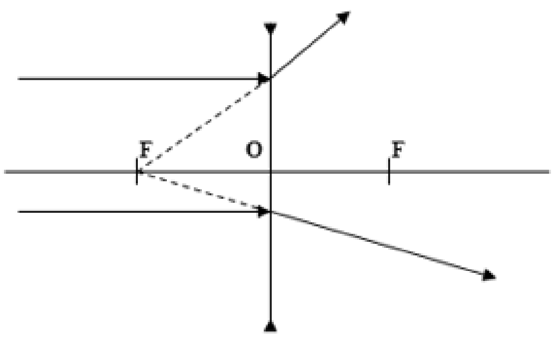
**Линзой** называется прозрачное тело, ограниченное двумя сферическими поверхностями. Если толщина самой линзы мала по сравнению с радиусами кривизны сферических поверхностей, то линзу называют **тонкой.**

Различают линзы **собирающие** и **рассеивающие.** Если показатель преломления линзы больше, чем окружающей среды, то собирающая линза в середине толще, чем у краев, рассеивающая линза, наоборот, в средней части тоньше. Если показатель преломления линзы меньше, чем окружающей среды, то всё наоборот.

Прямая, проходящая через центры кривизны сферических поверхностей, называется **главной оптической осью линзы.** В случае тонких линз можно приближенно считать, что главная оптическая ось пересекается с линзой в одной точке, которую принято называть **оптическим центром линзы.** Луч света проходит через оптический центр линзы, не отклоняясь от первоначального направления. Все прямые, проходящие через оптический центр, называются **побочными оптическими осями.**

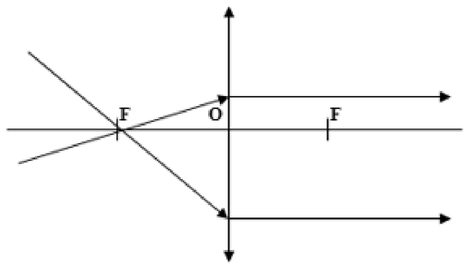
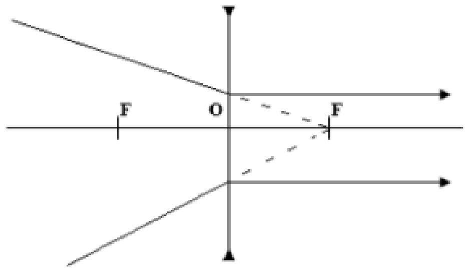
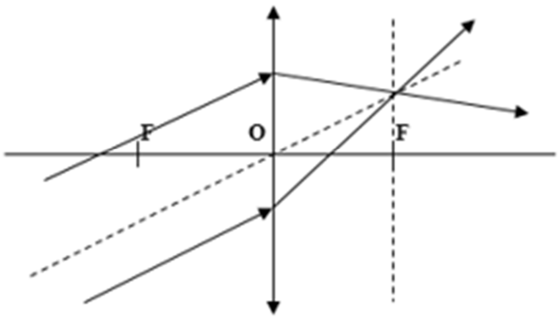
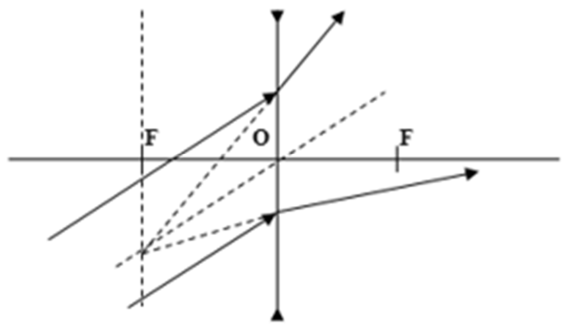
Если на линзу направить пучок лучей, параллельных главной оптической оси, то после прохождения через линзу лучи (или их продолжения) соберутся в одной точке *F*, которая называется **главным фокусом линзы.** У тонкой линзы имеются два главных фокуса, симметрично расположенных относительно линзы на главной оптической оси. У собирающих линз фокусы действительные, у рассеивающих – мнимые. Расстояние между оптическим центром линзы *O* и главным фокусом *F* называется **фокусным расстоянием.** Оно обозначается той же буквой *F*. Четыре правила построения хода луча в линзе сведены в таблицы 3.3 и 3.4.

Таблица 3.3 – Первое и второе правила построения хода луча в линзах

| Собирающие линзы | Рассеивающие линзы |
|---|---|
| **Правило 1.** Луч света, проходящий через оптический центр, не преломляется | |
|  |  |
| Собирающие линзы | Рассеивающие линзы |
| **Правило 2.** Луч света, падающий на линзу, параллельно главной оптической оси, после преломления … | |
| … проходит через фокус линзы | … продолжением проходит через мнимый фокус линзы |
|  |  |

Основное свойство линз – способность давать изображения предметов. **Изображение** – это точка пространства, где пересекаются лучи (или и продолжения), испущенные источником после преломления в линзе. Изображения бывают **прямыми** и **перевернутыми, действительными** (пересекаются сами лучи) и **мнимыми** (пересекаются продолжения лучей), **увеличенными** и **уменьшенными.**

Таблица 3.4 – Третье и четвертое правила построения хода луча в линзах

| Собирающие линзы | Рассеивающие линзы |
|---|---|
| **Правило 3.** Луч света, проходящий через фокус после преломления, будет параллелен главной оптической оси. | **Правило 3.** Луч, проходящий продолжением через фокус, будет параллелен главной оптической оси |
|   |   |
| Собирающие линзы | Рассеивающие линзы |
| **Правило 4.** Для построения хода произвольного луча нужно провести параллельную ему побочную оптическую ось до пересечения … | |
| … с фокальной плоскостью. Преломленный луч провести через полученную точку. | … с мнимой фокальной плоскостью. Преломленный луч продолжением провести через полученную точку. |
|   |   |

Положение изображения и его характер можно определить с помощью геометрических построений. Для этого используют свойства некоторых стандартных лучей, ход которых известен. Это лучи, проходящие через оптический центр или один из фокусов линзы, а также лучи, параллельные главной или одной из побочных оптических осей.

Для простоты можно запомнить, что изображение точки будет точкой. Изображение точки, лежащей на главной оптической оси, лежит на главной оптической оси. Изображение отрезка – отрезок. Если отрезок перпендикулярен главной оптической оси, то его изображение перпендикулярно главной оптической оси. А вот если отрезок наклонен к главной оптической оси под некоторым углом, то его изображение будет наклонено уже под некоторым другим углом.

Изображения можно также рассчитать с помощью **формулы тонкой линзы.** Если кратчайшее расстояние от предмета до линзы обозначить через *d*, а кратчайшее расстояние от линзы до изображения через *f*, то формулу тонкой линзы можно записать в виде:

$$\pm\frac{1}{d}\pm\frac{1}{f}=\pm\frac{1}{F}D.$$

Величину *D*, обратную фокусному расстоянию называют **оптической силой линзы.** Единица измерения оптической силы является 1 диоптрия (дптр). **Диоптрия** – оптическая сила линзы с фокусным расстоянием 1 м.

Фокусным расстояниям линз принято приписывать определенные знаки: для собирающей линзы $F>0$, для рассеивающей $F<0$. Оптическая сила рассеивающей линзы также отрицательна.

Величины *d* и *f* также подчиняются определенному правилу знаков:

– $f>0$ – для действительных изображений;

– $f<0$ – для мнимых изображений.

Перед *d* знак «–» ставится только в том случае, когда на линзу падает сходящийся пучок лучей. Тогда их мысленно продлевают до пересечения за линзой, помещают туда воображаемый источник света, и определяют для него расстояние *d*.

В зависимости от положения предмета по отношению к линзе изменяются линейные размеры изображения. **Линейным увеличением** линзы *Г* называют отношение линейных размеров изображения и предмета. Для линейного увеличения линзы существует формула:

$$\Gamma=\frac{h_{\text{изображения}}}{h_{\text{предмета}}}=\frac{f}{d}.$$

Во многих оптических приборах свет последовательно проходит через две или несколько линз. Изображение предмета, даваемое первой линзой, служит предметом (действительным или мнимым) для второй линзы, которая строит второе изображение предмета и так далее.

## 3.7 Язык научных основ ноогеоматики

### 3.7.1 Символика и правила дифференциального исчисления

Немного истории возникновения дифференциального и интегрального исчисления, которые, как считают современные ученые, разработали независимо друг от друга И. Ньютон и В. Лейбниц, хотя между ними был ожесточенный спор о первенстве своих открытий. Отметим, на чем основывались эти открытия двух гениальных ученых. По словам самого сэра Ньютона, в науке он стоял на плечах таких гигантов, как Евклид, Н. Коперник, Г. Галилей, Р. Декарт и И. Кеплер. Очевидно, при создании дифференциального и интегрального исчисления (разделы математического анализа) как И. Ньютон, так и В. Лейбниц использовали знания, известные еще с античных времен, а именно *метод исчерпывания*, предназначенного для исследования площадей криволинейных геометрических фигур или объёмов геометрических тел [25]. Автором данного метода считают древнегреческого математика Евдокса Книдского, который жил в III веке до н.э. Его метод не основывался на понятиях бесконечно малых величин, но неявно включал понятие предела. Вместе с тем, Евклид изложил этот метод в X книге «Начал» для доказательства некоторых теорем геометрии. Метод исчерпывания иллюстрируется на рисунке 3.35.

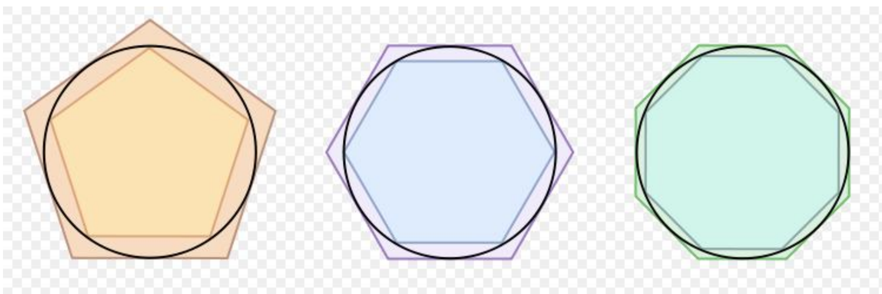


Рисунок 3.35 – Иллюстрация метода исчерпывания при нахождении площади круга

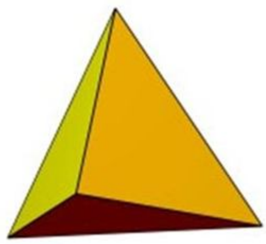
Метод исчерпывания в конце XVI века усовершенствовал итальянский математик Бонавентура Кавальери в своей работе «Геометрия неделимых непрерывных, выведенная из некоего нового подсчета». Данный метод хорошо иллюстрируется мультимедиа в Википедии [24].

Ярким примером применения метода исчерпывания можно считать построенную И. Кеплером модель Солнечной системы на основе пяти платоновских тел (рис. 3.36), где он приближал к сфере многогранники, увеличивая количество их граней.

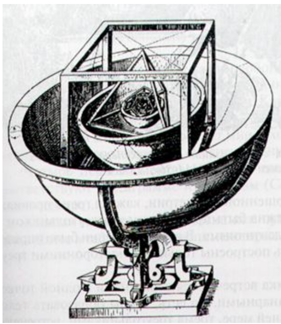
Заслуга Ньютона и Лейбница была в том, что они обобщили и систематизировали результаты своих предшественников, а главное, ввели основные понятия анализа и создали соответствующую символику и соответствующие методы. Напомним читателю основные определения, символы, а также основные образы, гельшаты (психол.), денотат (языкозн.) дифференциального и интегрального исчисления.

*Дифференциальное исчисление* – это раздел математического анализа, связанного, главным образом, с понятиями производной и дифференциала функции. В дифференциальном исчислении изучаются правила вычисления производных (законы дифференцирования) и применения производных к исследованию свойств функций.

Центральными понятиями дифференциального исчисления являются производная и дифференциал, которые возникли при рассмотрении большого числа задач естествознания и математики, приводивших к вычислению пределов одного и того же типа. В частности, при решении геодезических изысканий решаются задачи определения физических величин таких как горизонтальные направления и угол, расстояния, площади, приращение координат и т. д. Для повышения точности и надежности результатов измерения выполняются многократно, что приводит к необходимости обработки случайных погрешностей. Математическая обработка геодезических измерений осуществляется на основе процедур дифференциального исчисления.

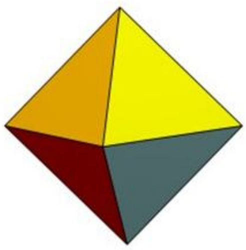


Тетраэдр (4 грани)



Модель Солнечной системы

Куб (6 грани)



Октаэдр (8 граней)

Додекаэдр (12 граней)

Икосаэдр (20 граней)

Рисунок 3.36 – Системообразующие элементы и модель Солнечной системы И. Кеплера

Напомним читателю основную символику и правила дифференцирования.

Процедура нахождения производной функции называется дифференцированием. С физической точки зрения дифференцирование – это определение скорости изменения переменной величины.

В дифференциальном исчислении вводятся производные основных элементарных функций, например, производным функций $x^{\alpha}$, $\sin x$, $\cos x$ соответствуют функции $\alpha x^{\alpha-1}$, $\cos x$ и $-\sin x$.

Правила дифференцирования:

– вынесение постоянного множителя $(cf)' = cf'$;

– дифференцирование суммы и разности функций $(f_1 \pm f_2) = f_1' \pm f_2'$;

– дифференцирование произведения функций $(f_1 f_2)' = f_1' f_2 \ + f_1 f_2'$ ;

– дифференцирование частных функций $\left(\frac{f_1}{f_2}\right)' = \frac{f_1' f_2 - f_1 f_2'}{f_2^2}$;

– дифференцирование сложных функций, если $y = f(u)$, а $u = \varphi(x)$, то производная функции $f\big(\varphi(x)\big) = f'(u)\varphi'(x)$ или $\Big(f\big(\varphi(x)\big)\Big)' = f'\big(\varphi(x)\big)\varphi'(x)$.

С точки зрения языка науки, а именно геометрии, дифференцирование, связанное с исследованием функций, ассоциируется с образом (денотатом), который запоминается обучающимся в виде геометрической интерпретации производной (рис. 3.37).

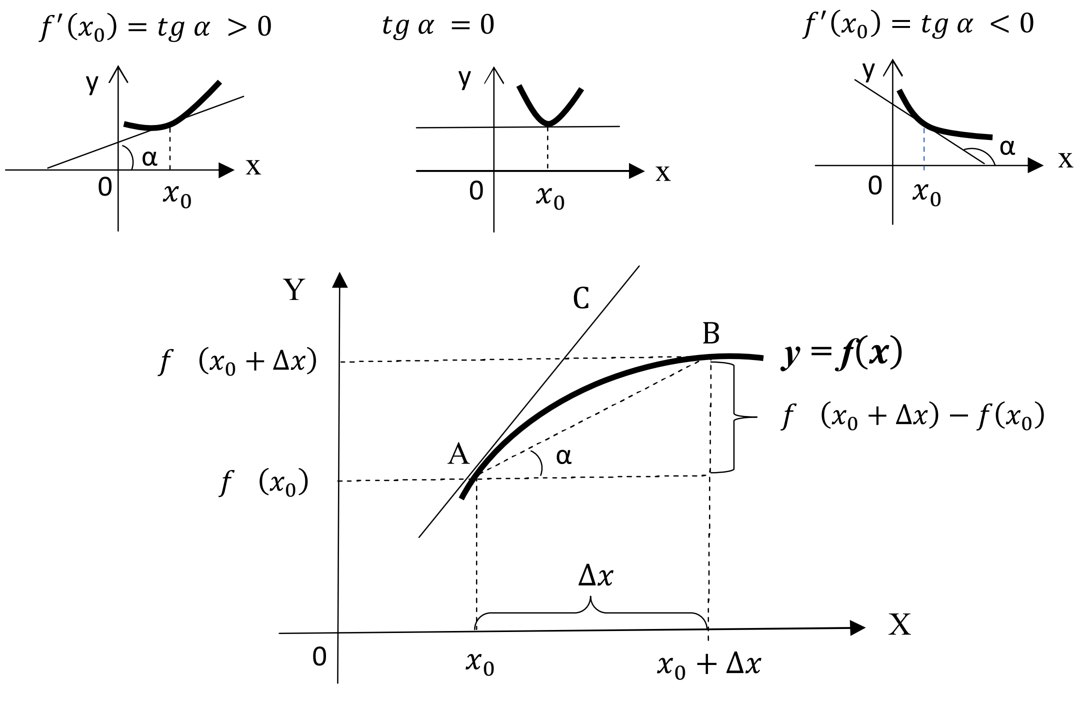



Рисунок 3.37 – Геометрическая интерпретация производной

Из рисунка 3.37 видно, что для любых двух точек A и B графика функций $\boldsymbol{y = f(x)}$ следует:

$$tg\ \alpha = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x},$$

где α – угол наклона секущей AB.

Таким образом, разностное отношение равно угловому коэффициенту секущей. Если зафиксировать точку A и двигать ее по направлению к точке B, то $\Delta x$ неограниченно уменьшается и приближается к 0, а секущая AB приближается к касательной AC. Следовательно, предел разностного отношения равен угловому коэффициенту касательной в точке A. Отсюда следует: *производная функции в точке есть угловой коэффициент касательной к графику этой функции в этой точке.* В этом и состоит *геометрический смысл* производной.

Практическое значение дифференцирования как метода математического анализа в геодезии играет огромную роль, так как большинство геодезических задач связанно с измерениями, которые осуществляются многократно с целью повышения надежности и точности результатов измерения.

### 3.7.2 Символика и правила интегрального исчисления

Исторически интегральное исчисление неразрывно связано с дифференциальным исчислением и служило для решения широкого круга задач таких дисциплин, как геодезия, картография, фотограмметрия, дистанционное зондирование Земли, спутниковая геодезия и т. д. Кроме того, при создании прикладных геоинформационных технологий возникают задачи определения площадей, поверхностей, а также объемов при построении 3D-моделей объектов живой и неживой природы.

В зависимости от пространства, на котором задана подынтегральная функция различают двойные, тройные, криволинейные и поверхностные интегралы.

В курсе «Высшая математика» подробно излагаются методы и способы вычисления (взятие) интегралов. В данном пособии приведем лишь некоторые исторические факты создания интегрального исчисления, а также напомним отдельные методы интегрирования и теоремы.

Известно, что И. Ньютон и Г. Б. Лейбниц при создании интегрального исчисления опирались на метод неделимых, суть которого иллюстрируется анимационной моделью в работе [25]. В создании интегрального исчисления в той или иной мере приняли участие и другие выдающиеся ученые. Если символ $\int$ предложил Лейбниц, ассоциируя его с «длинной буквой S» (интегральной суммой), то термин этого символа предложил его ученик Иоганн Бернулли. Обозначение пределов интегрирования в виде $\int_a^b$ ввел Ж. Фурье. Строгое определение интеграла для случая непрерывных функций сформулировал О. Л. Коши, а для произвольных функций Б. Риман. Тот самый Риман, который предложил одну из неевклидовых геометрий.

Воспользуемся методами семиотики, в которой одним из основополагающих понятий является «семантический треугольник». Еще его в общем языкознании называют треугольником Фреге. Он позволяет объединить такие понятия, как «термин» (слово), образ (денотат) и его определение (сигнификат), что на наш взгляд, усиливает коммутативную и когнитивную функции языка математики.

Итак, свяжем термин «интеграл» с его денотатом (геометрической интерпретацией этого термина по Риману) и сигнификатом – символьным его описанием (рис. 3.38).

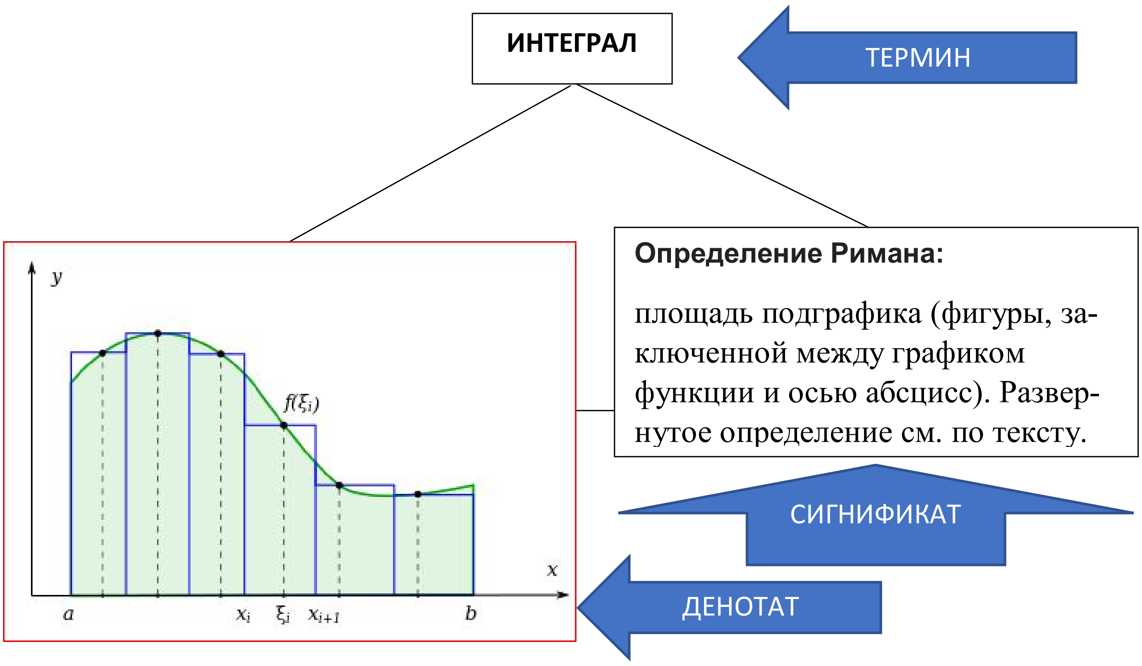



Рисунок 3.38 – Семантический треугольник термина «интеграл»

*Определение интеграла Римана через интегральную сумму*

Пусть на отрезке $[a,\ b]$ определена вещественнозначная функция $f$. Разобьём отрезок $[a\ ,b]$ на конечное множество попарно различных точек. Такое разбиение формально можно записать так:

$$a = x_0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_{n-1} < x_n = b.$$

Такое разбиение делит отрезок $[a,\ b]$ на $n$ отрезков $[x_{i-1}, x_i]$, $i = \overline{1,n}$. Длина наибольшего из отрезков $\delta R = max(\Delta x_i)$ называется шагом разбиения, где $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$ – длина элементарного отрезка. Отметим на каждом отрезке разбиения по точке $\xi_i \in [x_{i-1}, x_i]$. Тогда интегральной суммой называется выражение $\sigma_x = \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i$. Если при стремлении шага разбиения к нулю интегральные суммы стремятся к одному и тому же числу, независимо от выбора $\xi_i \in [x_{i-1}, x_i]$, то это число называется интегралом функции $f$ на отрезке $[a,\ b]$, т.е. $\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\delta R \to 0} \sigma_x$. В этом случае, сама функция $f$ называется интегрируемой (по Риману) на отрезке $[a,\ b]$.

*Свойства определенных интегралов*

1. Невырожденность. Данное свойство формально записывается:

$\int_a^b 1\,dx = b - a$ или $\int_a^a f(x)\,dx = 0$.

2. Перестановка пределов интегрирования: если существует $\int_a^b f(x)\,dx$ при $a < b$, то существует $\int_b^a f(x)\,dx = -\int_a^b f(x)\,dx$.

3. Если существуют интегралы $\int_a^c f(x)\,dx$ и $\int_c^b f(x)\,dx$, то существует также $\int_a^b f(x)\,dx$ и для любого взаимного расположения точек *a, b, c*.

$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$.

4. Если существует $\int_a^b f(x)\,dx$, то для любой постоянной $\alpha$

$$\int_a^b \alpha f(x)\,dx = \alpha \int_a^b f(x)\,dx.$$

5. Если существуют интегралы $\int_a^b f(x)\,dx$ и $\int_a^b g(x)\,dx$, то существует также $\int_a^b [f(x) + g(x)]\,dx$ и

$$\int_a^b [f(x) + g(x)]\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_a^b g(x)\,dx.$$

6. Если всюду на $[a,\ b]$ выполнено неравенство $f(x) \le g(x)$ и существуют $\int_a^b f(x)\,dx$ и $\int_a^b g(x)\,dx$, то $\int_a^b f(x)\,dx \le \int_a^b g(x)\,dx$. В частности, если $m \le f(x) \le M$, то $\mathrm{m}(b-a) \le \int_a^b f(x)\,dx \le M(b-a)$.

7. Если существует $\int_a^b |f(x)|\,dx$, то существует также $\int_a^b f(x)\,dx$ и $\left|\int_a^b f(x)\,dx\right| \le \int_a^b |f(x)|\,dx$.

8. Первая теорема о среднем значении. Если $f(x)$ интегрируема на $[a, b]$ и $m \leq f(x) \leq M$, то существует число $\mu$, $m \leq \mu \leq M$, такое, что $\int_a^b f(x)\,dx = \mu(b-a)$. В частности, если $f(x)$ непрерывна на $[a, b]$, то существует число $\xi, a < \xi < b$, такое, что $\int_a^b f(x)\,dx = f(\xi)(b-a)$.

Геометрическая интерпретация данного свойства иллюстрируется рисунком 3.39.

9. Обобщенная первая теорема о среднем значении. Если $f(x)$ и $g(x)$ интегрируемы на $[a, b]$, $m \leq f(x) \leq M$ либо всегда $g(x) \geq 0$, либо всегда $g(x) \leq 0$, то существует число $\mu$, $m \leq \mu \leq M$, такое, что $\int_a^b f(x)g(x)\,dx = \mu \int_a^b g(x)dx$.

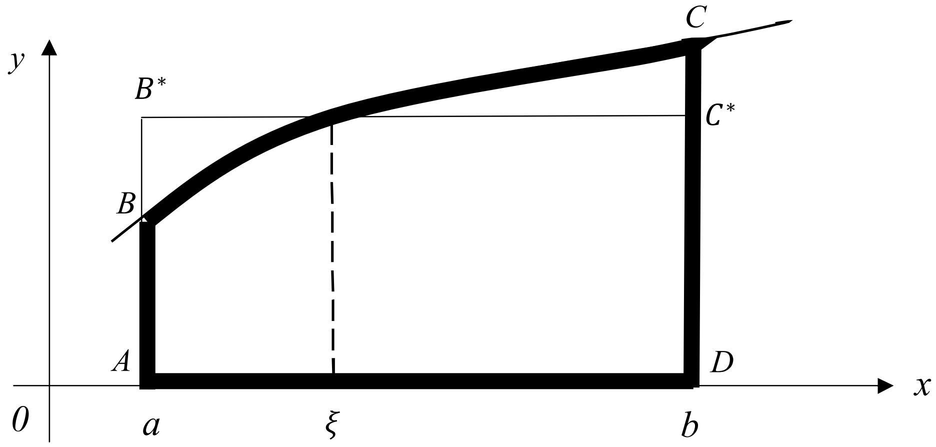



Рисунок 3.39 – Графическая интерпретация равенства площади фигуры ABCD площади прямоугольника $AB^*C^*D$

10. Вторая теорема о среднем значении. Если $f(x)$ монотонна и ограничена, а $g(x)$ интегрируема, то на $[a, b]$ существует точка $\xi$ такая, что

$$\int_a^b f(x)g(x)\,dx = f(a)\int_a^\xi g(x)\,dx + f(b)\int_\xi^b g(x)\,dx.$$

11. Если функция $f(t)$ непрерывна на отрезке [a, b], то функция

$$F(x) = \int_a^x g(t)\,dt$$

на отрезке [a, b] также непрерывна и имеет производную $F'(x) = f(x)$.

12. Интегрирование посредством разложения в ряд. Если функции $f_n(x)$, $n = 1, 2, 3, \ldots$ интегрируемы на [a, b], а бесконечный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ сходится

равномерно на [a, b], то сумма ряда $f(x)$ также интегрируема на [a, b] и $\int_a^b f(x)dx = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\int_a^b f_n(x)dx\right)$.

13. Интегрирование по частям определенных интегралов

$$\int_a^b f(x)g'(x)\,dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)dx.$$

14. Правило подстановки (замены переменного) для определенных интегралов ($z = g(x)$; обратная функция $x = h(z)$).

$$\int_a^b f\big(g(x)\big)g'(x)\,dx = \int_{g(a)}^{g(b)} f(z)dz, \int_\alpha^\beta f(z)dz = \int_{h(\alpha)}^{h(\beta)} f\big(g(x)\big)\,g'(x)dx.$$

*Неопределенный интеграл*

Неопределенным интегралом функции $f(x)$ на некотором интервале называют множество всех первообразных функций функции $f(x)$ на этом интервале. В этом определении ключевое значение имеет термин «первообразная функция». По аналогии с рисунком 3.36 проиллюстрируем семантическим треугольником термин «первообразная функция» (рис. 3.40).

Функция $F(x)$, дифференцируемая на некотором интервале [*a, b*], называется первообразной функцией для функции $f(x)$ на этом интервале, если для каждого $x \in$ [*a, b*] справедливо равенство $F'(x) = f(x)$.

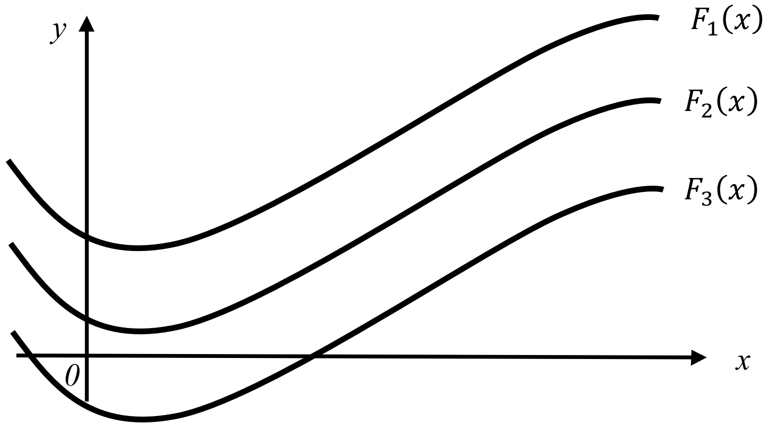



Рисунок 3.40 – Денотат семантического треугольника термина «первообразная функция»

Неопределенный интеграл обозначается $\int f(x)dx$. Если $f(x)$ – какая-нибудь первообразная функция для $f(x)$, то $\int f(x)dx = F(x) + C$, где C – произвольная постоянная.

При вычислении неопределенных интегралов, как правило, используют специальные таблицы. Примеры табличных интегралов степенных, тригонометрических, гиперболических, показательных и других функций приведены в работе [26].

*Свойства неопределённых интегралов*

1. Аддитивность неопределенного интеграла:

$$\int\big(f(x)+g(x)\big)dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx.$$

2. Постоянный множитель $\alpha$ можно выносить за знак интеграла:

$$\int \alpha f(x)dx+\alpha\int f(x)dx.$$

3. Если $F(u)$ – первообразная функция для $f(u)$ в интеграле I, то для произвольных постоянных a, b($a\neq 0$)

$$\int f(ax+b)dx=\frac{1}{a}F(ax+b)+C,$$

причем $x$ лежит в интервале, для которого $u=ax+b\in I.$

4. Если $f(x)$ имеет в некотором интервале непрерывную производную и $f(x)\neq 0,$ то $\int\frac{f'(x)}{f(x)}dx=\ln|f(x)|$+C.

5. Интегрирование по частям. Если $u(x)$ и $v(x)$ имеют в некотором интервале I непрерывные производные, то

$\int u(x)\,v'(x)dx=u(x)v(x)$ - $\int u'(x)v(x)dx.$

6. Интегрирование подстановкой (заменой переменного). Если функция $f(z)$непрерывна на $[\alpha,\beta]$, функция $z=g(x)$ имеет $(a,b)$ непрерывную производную и $\alpha\leq g(x)\leq\beta,$ то

$\int f\big(g(x)\big)g'(x)dx=\int f(z)dz,$

причем после интегрирования в первой части следует сделать подстановку $z=g(x).$

*Теорема Ньютона – Лейбница*

Теорема Ньютона – Лейбница, которую также называют *основной теоремой анализа* утверждает, что дифференцирование и интегрирование являются взаимно обратными операциями. Точнее, это касается значения первообразных для определённых интегралов. Поскольку, как правило, легче вычислить первообразную, чем применять формулу определённого интеграла, теорема даёт практический способ вычисления определённых интегралов. Она также может быть интерпретирована как точное утверждение о том, что дифференцирование является обратной операцией интегрирования.

Если для $f(x)$ на отрезке $[a, b]$ известна первообразная функция $F(x)$, то определенный интеграл $\int_a^b f(x)\,dx$ можно вычислить по формуле:

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

При этом для записи правой части используются символы: $[F(x)]_a^b$ или $F(x)\Big|_a^b$. Анимация в работе [27] доходчиво иллюстрирует процесс доказательства теоремы.

### 3.7.3 Символика и правила линейной алгебры

Фундаментальным понятием в линейной алгебре является понятие векторного пространства. Оно широко используется при построении геоинформационных систем, в частности при создании соответствующих пространственных моделей [26].

Под векторным или линейным пространством будем понимать непустое множество $V$, для элементов которого определено сложение $(+)$ и умножение $(\cdot)$ на действительные числа, и обозначается $V = [V, +, \cdot]$, а элементы его называют векторами, если выполняются следующие аксиомы:

**Аксиома 1**. Для любых двух элементов $a, b \in V$ существует один элемент $a + b \in V$ – сумма $a$ и $b$ (внутренний закон композиции).

**Аксиома 2.** Ассоциативность. Для любых $a, b, c \in V$ справедливо равенство $a + (b + c) = (a + b) + c$.

**Аксиома 3.** Коммутативность. Для любых $a, b \in V$ справедливо равенство $a + b = b + a$.

**Аксиома 4.** Разрешимость. Для любых $a, b \in V$ существует $x \in V$ такой, что $a + x = b$.

**Аксиома 5.** Для любого $a \in V$ и любого действительного числа $\alpha$ имеется элемент $\alpha\, a \in V$ – произведение элемента $a$ на число $\alpha$ (внешний закон композиции).

**Аксиома 6.** Ассоциативность. Для любого $a \in V$ и любых действительных чисел $\alpha, \beta$ справедливо $(\alpha\beta)a = \alpha(\beta a)$.

**Аксиома 7.** Для любого$a \in V$ справедливо равенство $1a = a$.

**Аксиома 8.** Дистрибутивность $a, b \in V$ и любых действительных чисел $\alpha, \beta$ справедливы равенства $\alpha(a+b) = \alpha a + \alpha b$ и $(\alpha+\beta)a = \alpha a + \beta a$.

Из аксиом следует, что действия с элементами векторного пространства производятся так же, как и с числами по следующим правилам.

**Правило 1.** Существует, и притом только один, нейтральный по отношению к сложению элемент 0 такой, что $a + 0 = a$ для любых $a \in V$; 0 называется нулевым вектором.

**Правило 2.** Для каждого вектора $a \in V$ существует единственный обратный по отношению к сложению элемент $(-a) \in V$ такой, что $a + (-a) = 0$; вектор $(-a)$ называется противоположным вектору $a$.

**Правило 3.** Уравнение $a + x = b$, где $a, b \in V$, разрешимо единственным образом. Решение $x \in V$называется разностью векторов $b$ и $a$, то справедливо записать $x = b - a$, в частности, $0 - a = -a$.

**Правило 4.** Закон ассоциативности и коммутативности сложения так же, как и дистрибутивные законы, методом полной индукции можно обобщить на любое конечное число слагаемых.

**Правило 5.** Для векторов $a, b \in V$ и действительных чисел $\alpha, \beta$ выполняются соотношения:

$$a + (-b) = a - b; -(-a) = a; -(a+b) = -a - b; -(a-b) = -a + b;$$
$$-(a-b) = -a + b; 0a = 0; \alpha 0 = 0; (-\alpha)a = \alpha(-a),\ (-1)a = -a;$$
$$\alpha(a-b) = \alpha a - \alpha b, \qquad (\alpha - \beta)a = \alpha a - \beta a.$$

Важными компонентами, характеризующими векторное пространство, является его размерность и базис. Приведем их определения.

**Размерностью векторного пространства** называется число, равное максимальному количеству линейно независимых векторов в этом пространстве.

**Базис векторного пространства** – это упорядоченная совокупность линейно независимых векторов этого пространства, число которых равно размерности пространства.

Математический аппарат линейной алгебры, кроме того, используется при математической обработке геодезических измерений и является эффективным инструментальным средством формального представления их результатов, так как серию результатов измерений одной и той же физической величины можно представить линейным уравнением. Переменными в таких уравнениях являются ошибки измерений, величины которых зависят от множества как субъективных, так и объективных факторов, например от квалификации оператора и его психофизического состояния, точности прибора, метеоусловий, метода измерения и т. д.

На основе математического аппарата линейной алгебры решаются задачи уравнивания геодезических сетей различными методами. Данные задачи рассматриваются в курсе математической обработки геодезических измерений [28].

В настоящем пособии приведем лишь основные определения и операции над матрицами. Важными понятиями являются матрица и определитель.

Под **матрицей** понимают математический объект, если $m \cdot n$ выражений расставлены в прямоугольной таблице из $m$ строк и $n$ столбцов:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & & a_{2n} \\ \dots & \dots & & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix},$$

тогда говорят, что матрица имеет размерность $m \times n$ или сокращенно об $m \times n$ – матрице. Символы $a_{ik}$ называются элементами матрицы. Положение элемента в таблице характеризуется двойным индексом – первый индекс означает номер строки, второй – номер столбца, на пересечении которых стоит элемент (нумерация строк производиться сверху вниз, а столбцов – слева направо). Элементами матриц, как правило, являются числа, но иногда и другие математические объекты, например, векторы, многочлены, дифференциалы и даже другие матрицы.

Матрицы обозначаются следующими способами:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}, \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \begin{Vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{Vmatrix},$$

а также справедливы записи $\|a_{ik}\|$ и $(a_{ik})$.

Различают следующие виды квадратных матриц:

– верхняя треугольная матрица, если $a_{ik} = 0$ для всех $i > k$;

– нижняя треугольная матрица, если $a_{ik} = 0$ для всех $i < k$;

– диагональная матрица, если $a_{ik} = 0$ для всех $i \neq k$;

– единичная матрица, если $a_{ik} = \delta_{ik} = \begin{cases} 0 \text{ при } 1 \neq k; \\ 1 \text{ при } 1 = k; \end{cases}$

– Эрмитова матрица – квадратная матрица, элементы которой являются комплексными числами, и которая, будучи транспонирована, равна комплексно сопряжённой: $A^T = \bar{A}$. То есть, для любого столбца и строки справедливо равенство $a_{ij} = \overline{a_{j,i}}$, где $\bar{a}$ комплексное сопряженное число $a$ или $A = (\bar{A})^T = A^* = = A^\dagger$, где символ «*» обозначает эрмитово сопряжение.

Элементы $a_{ik}$, стоящие в таблице на диагонали квадрата (главной диагональ матрицы), проходящей из левого верхнего угла в правый нижний, называются главными диагональными элементами. В случае $m \times n-$ матриц элементы $a_{il}$ $\left(i = 1, \dots, min(m, n)\right)$ называется следом (Spur) матрицы и обозначается $Sp\ A$.

Матрица размером $1\times n$, состоящая из одной строки называется матрицей-строкой, аналогично говорят и о матрице-столбце, если речь идет о матрице размером $m \times 1$.

Каждая таблица вида:

$$\begin{pmatrix} a_{i_1k_1} & a_{i_1k_2} & \cdots & a_{i_1k_s} \\ a_{i_2k_1} & a_{i_2k_2} & \cdots & a_{i_2k_s} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{i_rk_1} & a_{i_rk_2} & \cdots & a_{i_rk_s} \end{pmatrix},$$

которая получается из $m\times$-матрицы $\|a_{ik}\|$ вычеркиванием части строк и столбцов, называется подматрицей матрицы $\|a_{ik}\|$. Если элементы строк матрицы $A = \|a_{ik}\|$ расставлены в столбцы (при этом одновременно элементы столбцов расставляются в строки), то полученная матрица называется транспонированной к $A$и обозначается $A^T = \left\|a_{ik}^T\right\|$ , если $a_{ik}^T = a_{ki}$.

Каждой квадратной матрице $A = \|a_{ik}\|$ порядка $n$ с действительными или комплексными элементами можно однозначно поставить в соответствие действительное или комплексное число $D$, которое называется определителем матрицы $A$:

$$D = \det A = det\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nm} \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nm} \end{vmatrix} =$$

$$\textstyle\sum_n (-1)^{j(\pi)} a_{1i_1} a_{2i_2} \dots a_{ni_n},$$

причем сумма должна быть распространена на все перестановки $\pi$ чисел 1, 2, …, n. Таким образом, $a_{1i_1} a_{2i_2} \dots a_{ni_n}$, из $n$ сомножителей каждое, содержащие по одному элементу из каждой строчки и по одному из каждого столбца. Знак $(-1)^{j(\pi)}$ определяется числом $j(\pi)$ – инверсий перестановки

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ i_1 & i_2 & \dots & i_n \end{pmatrix}.$$

Полученные $n!$ слагаемых и составляют в сумме $\det A$.

Над матрицами можно производить алгебраические действия. Две матрицы $A = \|a_{ik}\|$ размера $r \times s$ и $B = \|b_{ik}\|$ размера $\rho \times \sigma$ называются равными, если они имеют одинаковый размер и все элементы, стоящие на одних и тех же местах, равны между собой, т. е. если $r = \rho$, $s = \sigma$ и $a_{ik} = b_{ik}$ при всех $i$ и $k$. Тогда справедлива запись $A = B$.

*Сумма матриц одинакового размера* $A + B$, $A = \|a_{ik}\|$, $B = \|b_{ik}\|$, есть матрица $C = \|c_{ik}\|$ того же размера с элементами $c_{ik} = a_{ik} + b_{ik}$ при всех $i$ и $k$. Таким образом, сложение матриц одинакового размера происходит поэлементно.

*Произведение матрицы* $A = \|a_{ik}\|$, на действительное или комплексное число $\lambda$ есть матрица $\lambda A = \|\lambda a_{ik}\|$, т. е. умножение матрицы на действительное или комплексное число производится поэлементно.

Выделим 5 свойств сложения и умножения матрицы на число.

1. Сложение матриц одинакового размера ассоциативно, коммутативно и обратимо. Уравнение $A + X = B$ с матрицами одинакового размера $A = \|a_{ik}\|$ и $B = \|b_{ik}\|$ имеет в качестве единственного решения $X = B - A = \|b_{ik} - a_{ik}\|$ – разность матриц $B$ и $A$.

2. Среди матриц одинакового размера имеется одна нейтральная по отношению с сложению – нулевая матрица $\emptyset$, все элементы которой равны нулю.

3. Для каждой матрицы $A = \|a_{ik}\|$ существует, и притом единственная матрица, обратная по отношению к сложению, так называемая противоположная для $A$ матрица $-A = \|-a_{ik}\|$. В соответствии с определением разности полагают $Q - A = -A$. Далее, имеем $B + (-A) = B - A$ и $-(-A) = A$.

4. Умножение матрицы $A$ на действительные комплексные числа $\lambda, \mu$ подчиняется правилам: $(\lambda\mu)A = \lambda(\mu A)$, $1 \cdot A = A$. Далее, $0 \cdot A = 0$ и $(-1) \cdot A = -A$.

5. Сложение и умножение на числа связаны дистрибутивными законами. Для матриц $A$ и $B$ одинакового размера и произвольных действительных (комплексных) чисел $\lambda, \mu$ справедливо записать

$$(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A, \ \lambda(A + B) = \lambda A + \lambda B.$$

Одной из важнейших операций в алгебре матриц является ее обращение.

Рассмотрим процедуры нахождения обратной матрицы. Если задаться вопросом о существовании матрицы $A^{-1}$, обратной для квадратной матрицы $A$ порядка $n$ по отношению к умножению, т. е. такой, что $AA^{-1} = E_n$, то вследствие свойства (для квадратных матриц $A$ порядка $ndet(AB) = detA\,detB$) невыраженность матрицы $A$ является необходимым условием существования обратной матрицы, так как в случае вырожденности $A$ было бы $det(AA^{-1}) = = detA \cdot detA^{-1} = 0 \neq 1 = detE_n$.

Если $A$ – матрица $n$-го порядка, то ее невырожденность есть необходимое и достаточное условие существования матрицы $A^{-1}$ такой, что $AA^{-1} = E_n$. При этих условиях матрица $A^{-1}$ обратная для $A$, определена однозначно. Кроме того, $A^{-1}A = E_n$. Далее для матрицы $n\ \times$-матриц $A$ и $B$ справедливы следующие формулы $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$, $(A^{-1})^{-1} = A$.

Матрицы можно вычислить двумя способами.

*1-й способ.* Метод неопределенных коэффициентов в применении к $AX = E_n$ приводит к $n$ линейным системам $n$ уравнений с $n$ неизвестными каждая. Решение каждой из этих $n$ систем уравнений дает столбец искомой матрицы $X = A^{-1}$.

*2-й способ.*

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A}\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2n} \\ \dots & \dots & \cdots & \dots \\ A_{n1} & A_{n2} & \cdots & A_{nm} \end{pmatrix},$$

где $A_{ik}$ алгебраическое дополнение элемента $a_{ik}$ матрицы $A$. То, что эта матрица удовлетворяет уравнению $AX = E_n$, легко установить, вычисляя матрицу $AA^{-1}$ при помощи теоремы разложения.

В геодезии принято процесс измерений представлять моделью в виде неопределенной системы линейных уравнений.

Система $m$ линейных уравнений с $n$ неизвестными $x_1, x_2, \dots, x_n$ имеет вид:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1,$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2,$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m.$$

Такая математическая конструкция называется $m \times n$ – системой линейных уравнений, где $a_{ik}$ – коэффициенты, $b_i$ – свободный член системы. Если все $b_i = 0$, то мы имеем однородную систему линейных уравнений, в противном случае говорят о неоднородной системе линейных уравнений.

$n$ – последовательность чисел $(c_1, c_2, \dots, c_n)$ называется решением $m \times n$ – системой линейных уравнений, если ее элементы, подставленные в заданном порядке вместо неизвестных, удовлетворяют каждому из $m$ уравнений и принадлежат заданной области изменения. (Если нет специальных оговорок, то область изменений всех неизвестных – множество действительных чисел). Совокупность всех решений системы называется множеством решений. Две системы линейных уравнений называются эквивалентными, если они имеют одинаковые множества решений.

Рассмотрим один из основных способов решения линейных уравнений. Им является способ Гаусса или алгоритм Гаусса.

Нахождение множества решений системы линейных уравнений основывается на том, что от заданной системы при помощи эквивалентных преобразований переходят к системе, которая решается «проще», чем исходная система, и эквивалентна заданной. Такими преобразованиями системы линейных уравнений являются:

– перемена местами двух уравнений в системе;

– умножение какого-либо уравнения системы на действительное число $c \neq 0$;

– прибавление к одному уравнению другого уравнения, умноженного на произвольное число.

Эти эквивалентные преобразования системы линейных уравнений $Ax = b$ вызывают в матрице коэффициентов $A$ и в расширенной матрице коэффициентов $(A|b)$ только преобразования, сохраняющие ранг, применяя к строкам допустимые преобразования, сохраняющие ранг, а именно приводят к перестановке строк, умножению строки на число, отличное от нуля, и прибавлению к одной строке другой, умноженной на произвольное число. Справедливо также и обратное утверждение: если преобразовать матрицы $A$ и $(A|b)$ в матрицы $A'$ и $(A'|b')$ соответственно равных рангов, применяя к строкам допустимые преобразования строк, сохраняющие ранг, то системы $Ax = b$ и $A'x = b'$ будут эквивалентными. Алгоритм Гаусса состоит в том, чтобы получить матрицы $A'$и $(A'|b')$ трапециевидной формы.

В случае, если исходная система $Ax = b$ разрешима (пусть ранги их равны), вследствие трапециевидности матриц $A'$и $(A'|b')$ эквивалентная система $A'x = b'$ может быть записана в виде:

$$a'_{11}x_1 + a'_{12}x_2 + \cdots + a'_{1\rho}x_\rho = b'_1 - a'_{1,\rho+1}x_{\rho+1} - \cdots - a'_{1n}x_n,$$
$$a'_{22}x_2 + \cdots + a'_{2\rho}x_\rho = b'_2 - a'_{2,\rho+1}x_{\rho+1} - \cdots - a'_{2n}x_n,$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$a'_{\rho\rho}x_\rho = b'_\rho - a'_{\rho,\rho+1}x_{\rho+1} - \cdots - a'_{\rho n}x_n.$$

Такую систему уравнений называют треугольной. Так как ранги матриц $A$ и $(A|b)$, то множество решений есть $(n-\rho)$ – мерное многообразие, следовательно, $n-\rho$ неизвестных $x_{\rho+1},\dots,x_n$, можно выбрать произвольно $x_{\rho+1}=\lambda_1$, $x_{\rho+2}=\lambda_2$ , … , $x_n=\lambda_{n-\rho}$остальные неизвестные $x_1,x_2,\dots,x_\rho$ получаются из треугольной системы последовательно, как функции параметров $\lambda_i$:

$$x_k=f_k(\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_{n-\rho}),\qquad k=\overline{1,\rho}.$$

Если для получения трапециевидных матриц $A'$ или $(A'|b')$ требуется еще перестановка столбцов, то этого достигают перенумерацией неизвестных в системе уравнений $Ax=b$.

### 3.7.4 Символика и правила теоретико-множественного языка

Материал данного пункта базируется на информации, изложенной в работах по дискретной математике. Известно, что теоретико-множественный язык является основой не только дискретной математики, но и математики в целом. Основатель теории множеств Георг Кантор понятие «множество» определял так: «Под множеством понимают объединение в одно общее объектов, хорошо различимых нашей интуицией или нашей мыслью». Это довольно расплывчатое понятие уточнила группа выдающихся ученых математиков, выступавших под псевдонимом Никола Бурбаки, которые в своем Трактате «Начала математики» сформулировали следующее определение: «Множество образовано из элементов, способных обладать некоторыми свойствами и находиться между собой или с элементами других множеств в некоторых отношениях». Множества, как правило, обозначаются заглавными буквами, а их элементы прописными, например, запись $A=\{a_1,a_2,\dots,a_n\}$ обозначает, что множество $A$ состоит их $n$ элементов. Более коротко эту же запись можно представить в виде $A=\{a_i\}, i=\overline{1,n}$. Принадлежность некоторого элемента множеству обозначается символом $\in$. В случае, если элемент не принадлежит некоторому множеству, используют символ $\notin$. Два множества $A$ и $B$ равны (тождественны), тогда и только тогда, когда каждый элемент $A$ является элементом $B$ и обратно. В этом случае справедлива запись $A = B$. Множество может содержать любое число элементов, в том числе один элемент — единичное (одноэлементное) множество, и вовсе не содержать элементов (пустое множество), которое обозначается символом $\emptyset$. Понятие пустого множества в теории множеств аналогично понятию нуля в элементарной арифметике. Это понятие используется для определения заведомо несуществующей совокупности элементов. Множества могут быть конечными (т. е. состоящими из конечного числа элементов) и бесконечными. Число элементов в конечном множестве, например $A$, называют кардинальным числом и обозначают $CardA$. Эквивалентным понятием является понятие «мощность множества», которое обозначается $|A|$. Бесконечные множества в настоящей работе не рассматриваются. Важным понятием теории множеств является подмножество. Множество $A$, все элементы которого принадлежат и множеству $B$, называется подмножеством (частью) множества $B$. Такое отношение между элементами множеств называется строгим включением и обозначается символом $\subset$ или $\supset$, т. е. $A \subset B$ (элементы $A$ включены в $B$) или $B \supset A$ ($B$ включает $A$). Отношение строгого включения $A \subset B$ допускает и тождественность ($A = B$), т. е. любое из двух множеств можно рассматривать как подмножество самого себя ($A \subset A$). Считают, что подмножеством любого множества является пустое множество $\emptyset$, т. е. $\emptyset \subset A$. Наряду с записью $A \subset B$ в литературе встречается запись $A \subseteq B$, что обозначает нестрогое включение элементов подмножества $A$ в множество $B$. В этом случае равенство между $A$ и $B$ не допускается.

Отметим различия между отношением принадлежности и отношением включения. Множество $A$ может быть своим подмножеством ($A \subset A$), но оно не может входить в состав своих элементов ($A < A$). Даже в случае одноэлементного подмножества различают множество $A = \{a\}$ и его единственный элемент «$a$». Отношение включения обладает свойством транзитивности: если $A \subset B$ и $B \subset C$, то $A \subset C$. Отношение принадлежности этим свойством не обладает. Большое значение при формализации предметной области на теоретико-множественном языке играет способ задания множеств. Существует несколько способов задания множеств. Самый элементарный способ задания множества заключается в простом перечислении его элементов, как это было показано выше. Другой способ задания множества состоит в описании его элементов с указанием их общих свойств. В данном случае при формализации используют следующие записи $X = \{x|P(x)\}$ или $X = \{x: P(x)\}$, где $P(x)$ в теории множеств называется формой, которая указывает на свойства элементов $x$. Фундаментальным в теории множеств является понятие основного множества (универсума), которое обозначается буквой $U$. Оно служит для того, чтобы ограничить совокупность допустимых объектов в процессе формализации предметной области. Другими словами, универсумом определяются рамки задания соответствующих множеств. Часто в процессе формализации используют способ задания множества посредством операций над другими множествами. Для иллюстрации операций над множествами будем использовать графические образы в виде кругов Эйлера.

*Объединение (сумма)* $A \cup B = C$ есть множество всех элементов, принадлежащих $A$ и $B$ (рис. 3. 41).

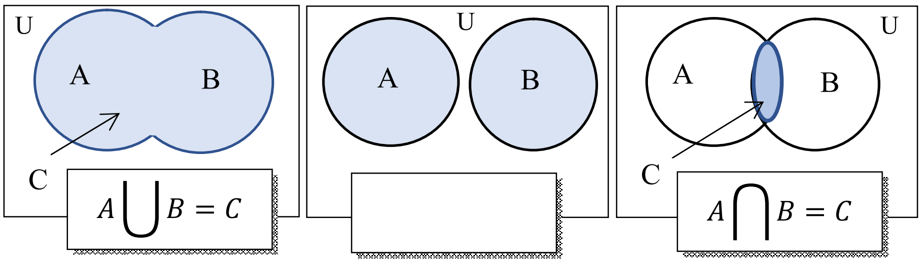



Рисунок 3.41 – Графическая интерпретация кругами Эйлера операций объединения, не пересечения и пересечения множеств

*Пересечение (произведение)* $A \cap B = C,$ есть множество всех элементов, принадлежащих одновременно как множеству А, так и В (рис. 3.41).

Каждая из операций объединения и пересечения множеств обладает свойствами коммутативности и ассоциативности и, следовательно, их можно выполнять последовательно для нескольких множеств, причем порядок следования множеств не влияет на результат. В таком случае справедлива обобщающая запись операций объединения и пересечения множеств. Например,

$$A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n = \cup_{i=1}^{n} A_i, \quad B_1 \cap B_2 \cap \ldots \cap B_n = \cap_{j=1}^{m} B_j.$$

*Разность* $A \setminus B = C$, есть множество, состоящее из всех элементов $A$, не входящих в $B$ (рис. 3.42).

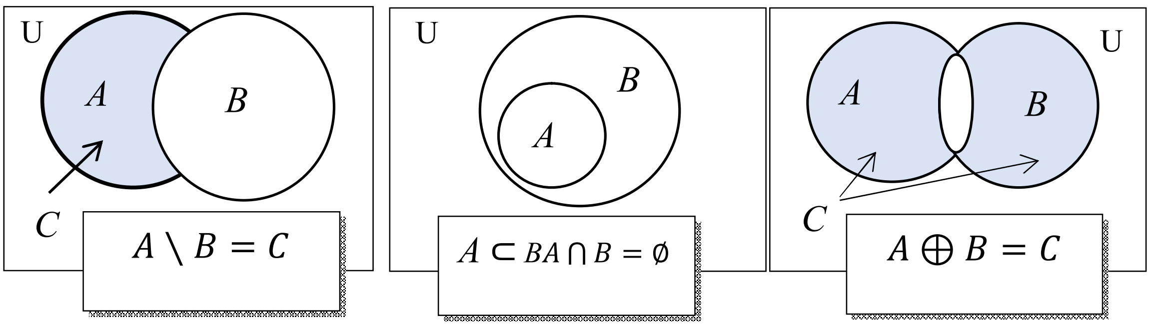



Рисунок 3.42 – Графическая интерпретация кругами Эйлера операций разности, отношения включения и дизъюнктивной суммы

Следует отметить особенности рассматриваемой операции. Во-первых, в отличие от операций объединения и пересечения множеств, операция разность строго двухместна, т. е. определена только для двух множеств. Во-вторых, некоммутативная, т. е. $A \setminus B$, $B \setminus A$. Если $A \setminus B = \emptyset$, то $A \subseteq B$.

*Дизъюнктивная сумма* (симметрическая разность) $A \oplus B = C$, есть множество всех элементов, принадлежащих или $A$ или $B$, но не обоим вместе (рис. 3.40). Дизъюнктивная сумма получается объединением элементов множеств за исключением тех, которые встречаются дважды.

Приведенные выше операции над множествами обладают некоторыми свойствами. Свойства операций объединения и пересечения приведены ниже.

$A \cup B = B \cup A$ – коммутативность операции объединения.

$A \cap B = B \cap A$ – коммутативность операции пересечения.

$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ – ассоциативность операции объединения.

$\mathrm{A} \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ – ассоциативность операции пересечения.

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ – дистрибутивность операции объединения.

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ – дистрибутивность операции пересечения.

$A \cup \emptyset = A$, $A \cup \bar{A} = U$, $A \cup U = U$ – соотношения, определяющие свойства пустого множества $\emptyset$ универсума $U$ относительно операции объединения.

$A \cap U = A$ , $A \cap \bar{A} = \emptyset$, $A \cap \emptyset = \emptyset$, $\bar{U} = \emptyset$ – соотношения, определяющие свойства пустого множества $\emptyset$ и универсума U относительно операции пересечения.

$A \cap A = A$, $A \cap A = A$ – законы идемпотентности относительно операции объединения и пересечения;

$A \cup (A \cap B) = A$, $A \cap (A \cup B) = A$ – законы поглощения относительно операций объединения и пересечения.

$\bar{A} \cup B = \bar{A} \cap \bar{B}$, $\bar{A} \cap B = \bar{A} \cup \bar{B}$ – законы де Моргана относительно операций объединения и пересечения.

Свойства операций разности и дизъюнктивной суммы специальных названий не имеют и определяются следующими соотношениями: $\bar{A} = U \setminus A$, $\bar{\bar{A}} = A$, $A \setminus B = A \cap \bar{B}$, $A \oplus B = (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)$, $A \oplus B = B \oplus A$,

$(A \oplus B) \oplus C$, $A \oplus \emptyset = \emptyset \oplus A = A$.

Приведенные выше операции над множествами и их свойства являются основой алгебры множеств.

Таким образом, в настоящем пункте приведены основные понятия теории множеств, и, в частности, алгебры множеств, на которые в дальнейшем будем опираться при формальном описании процессов и явлений в ноогеоматике. Кроме того, аксиоматическая теория множеств является мощным источником интерпретаций для всевозможных систем аксиом, в частности систем аксиом исчислений высказываний и предикатов, которые могут быть использованы при построении интеллектуальных геоинформационных систем.

### 3.7.5 Символика и правила алгебры отношений

Из определения понятия «множество», сформулированного Н. Бурбаки [29], видно, что отношения между элементами множеств имеют основополагающее значение в теории множеств, а также в теории систем. Поэтому для усиления описательных возможностей теоретико-множественного языка многие математики используют алгебру отношений. Кроме того, алгебра отношений позволяет решать задачи формализации не только хорошо структурированных – математических задач, используя при этом строгие отношения, такие, как равно (=), больше (>), меньше (<), включение $(\subset)$ и др., но и слабоструктурированные, связанные со сложными межличностными отношениями, например, между подчиненным и администратором фирмы («быть начальником» или «быть подчиненным») и др. Последние отношения называют родовидовыми. Символика и формализмы, предложенные в алгебре отношений, могут быть использованы в дисциплинах, имеющих геоинформационную направленность, например, «Базы геоданных», «Основы построения геоинформационных систем», «Основы планирования территорий» и других, относящихся к профессиональному блоку учебных дисциплин. Кроме того, без символики и операций алгебры отношений нельзя в полной мере усвоить дисциплины «Основы теории систем и системный анализ».

Понятие «отношение» является философской категорией и объединяет такие понятия как «соответствие», «отображение», «функция».

Соответствием между множествами А и В называется подмножество, которое записывается в виде $G \subseteq A \times B$, что обозначает подмножество пар $(a, b) \in G$. Такие отношения называются бинарными. В литературе встречается и другая запись бинарных отношений, например, $(aGb)$. Элемент «$a$» называют первой координатой, а элемент «$b$» – второй координатой упорядоченной пары.

Элементарным примером бинарных отношений может служить отношение обучающихся к знаниям по конкретной учебной дисциплине, выраженных в оценках, полученных ими в течение семестра. Обозначим $A = \{a_i\},\ i = \overline{1, n}$ – множество обучающихся в учебной группе в количестве $n$ человек, $B = \{b_j\}, j = \overline{1, h}$ – множество оценок в количестве $h$, полученных обучающимися за семестр (будем различать два класса оценок – удовлетворительных и неудовлетворительных), $G$ – множество пар $(a_i, b_j)$, которое ставит в соответствие каждого обучающегося оценкам, полученным в семестре. В данном случае учебный журнал можно интерпретировать как матрицу отношений, ставя на пересечении строк (фамилий обучающихся) и столбцов (порядковый номер контрольного занятия, где всем обучающимся выставляются оценки) «1», если обучающийся имеет удовлетворительные знания и «0», если неудовлетворительные. Такое задание отношений называется матричным. Часто бинарные отношения задают не в виде таблицы (матрицы отношений), а правилами, которые имеют вид:

$$g_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если выполнено } a_i G b_j, \\ 0, & \text{если не выполнено } a_i G b_j. \end{cases}$$

Другим способом задания бинарных отношений является графический (в виде графа). Здесь точками (вершинами) задаются элементы множества, например, $A$, ребрами (линиями, соединяющими эти вершины) – множество отношений $E$. Такие графы называются неориентированными. Если ребра обозначают стрелками, то их называют дугами. В этом случае граф принимает вид ориентированного или орграфа. Формальная запись графа отношений имеет следующий вид: $G = (A, E)$.

На рисунке 3.43 иллюстрируются отношения, которые могут формироваться внутри некоторого коллектива фирмы.

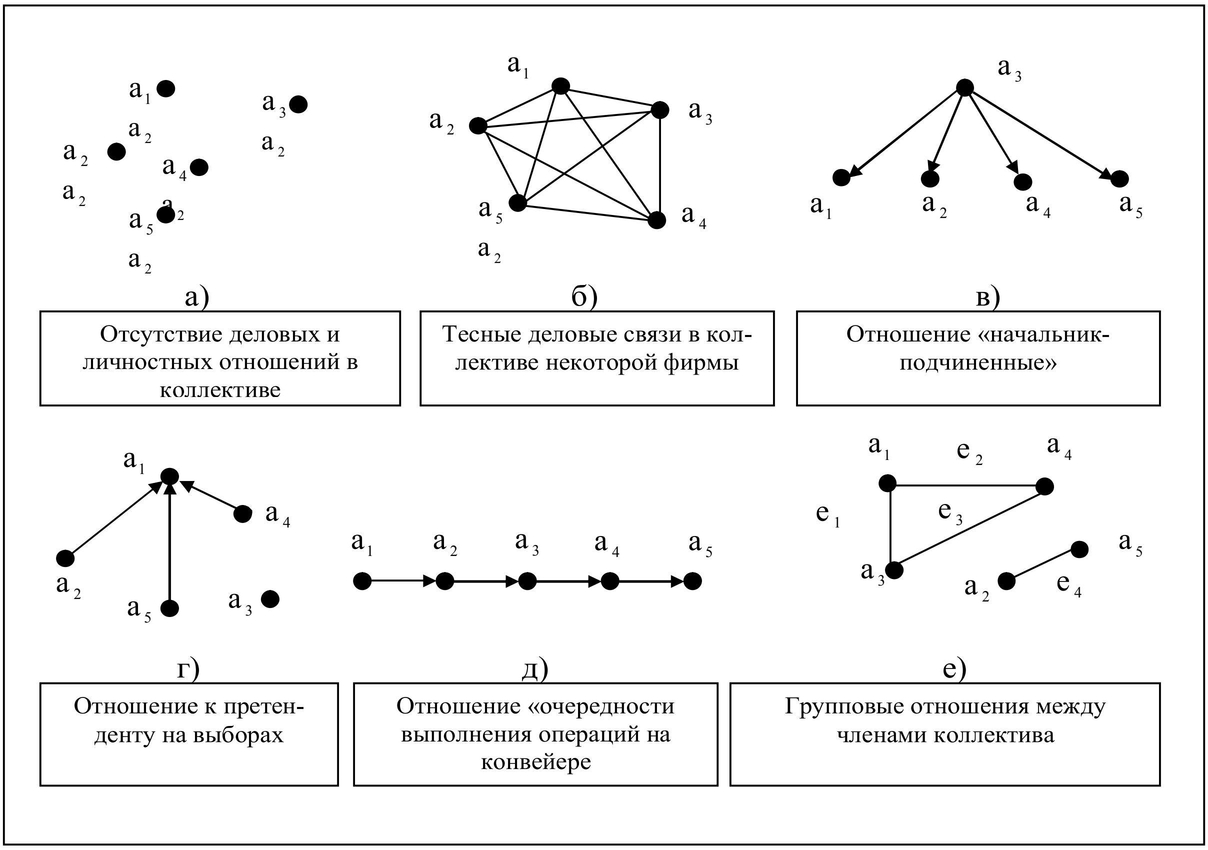



Рисунок 3.43 – Отношение взаимодействия обучающихся в учебной группе

Из рисунка видно, что множество вершин имеют одну природу. В этом случае говорят, что построены графы отношений в множестве $A$.

Дадим краткую характеристику графам отношений, приведенных на рисунке 3.43 (а – е).

Характерной особенностью графа (рис. 3.43,а) является отсутствие $(E = \emptyset)$ каких-либо отношений, связанных с деятельностью фирмы:

$$G = (A, \emptyset).$$

Граф, изображенный на рисунке 3.43,б в теории графов называется «графом Понтрягина – Куратовского». Особенностью этого неориентированного графа является то, что его ребра пересекаются и поэтому он называется неплоским. Плоские графы отношений показаны на остальных рисунках.

На рисунке 3.43,в показан двудольный орграф. Подобным графом можно интерпретировать, например, деловые отношения между директором фирмы $(P)$ и его подчиненными $(A)$. Для этого необходимо вершину $\mathrm{a}_3$ обозначить другой буквой, например «$p$», и считать, что $\{p\} = P$ является одноэлементным множеством. В данном случае говорят, что построен граф отношений от $P$ к $A$.

Особенностью графа отношений, (рис. 3.43,г) является изолированность вершины $a_3$. Такие графы называют несвязными. Граф, изображенный на рисунке 3.43,д отличается от остальных тем, что между его вершинами существует отношение строгого порядка, например, строгое выполнение операций некоторой технологии на производстве.

На рисунке 3.43,е изображен граф, особенностью которого является то, что у него имеется два множества связанных вершин, каждое из которых изолировано друг от друга. Такие графы, вершины которых принадлежат одному и тому же множеству, называются частями общего графа или суграфом. В нашем случае $G' = (A', E')$– суграф, где $\{a_1, a_3, a_4\} \subset A'$, $\{e_1, e_2, e_3\} \subset E'$. Аналогично суграфом является и $G'' = (A'', E'')$, где $\{a_2, a_5\} \subset A''$, $\{e_4\} \subset E''$. Очевидно, что $\{G', G''\} \subset G$.

От графического представления отношений в виде графов легко перейти к матричному представлению. В теории графов различают два вида матричного представления графов – матрицами смежности и инцидентности. Матрица смежности представляет собой таблицу, строки и столбцы которой соответствуют вершинам графа, ее $a_{ij}$ элемент равен числу кратных ребер, связывающих вершины $a_i$ и $a_j$ (или направленных от вершины $a_i$ к вершине $a_j$ для орграфа).

Очевидно, что в случае (рис. 3.43,а) матрица смежности равна нулю $A = \|A\| = \emptyset$, а в случае (рис. 3.43,б) единице $A = \|A\| = 1$, т. е. их элементы принимают значения «0» или «1», соответственно.

Задание отношений матрицами инцидентности основывается на понятии «инцидентность», которое определяется как отношение между разнородными объектами (вершинами и ребрами) графа. В то время как смежность представляет собой отношение между однородными объектами (вершинами).

Говорят, если вершина $a_i$ является концом ребра $e_h$, то они инцидентны: вершина $a_i$ инцидентна ребру $e_h$ и обратно.

При переходе от орграфов к матрицам инцидентности различают положительную инцидентность (дуга исходит из вершины) и отрицательную (дуга заходит в вершину).

Для примера (рис. 3.43,е) матрица инцидентности имеет вид:

$$A = \begin{array}{ccccc} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & \\ 1 & 1 & & & a_1 \\ & & & 1 & a_2 \\ 1 & & 1 & & a_3 \\ & 1 & 1 & & a_4 \\ & & & 1 & a_5 \end{array}.$$

Важным понятием в алгебре отношений является понятие «функциональное отношение». Оно определяется как отношение $H \subset X \times Y$, если все его элементы (упорядоченные пары) имеют различные первые координаты. Иначе, каждому элементу $x$ из $X$ такому, что $(x, y) \in H$ соответствует один и только один элемент $y$ из $Y$.

Отличительной особенностью матрицы функционального отношения является то, что в каждом ее столбце содержится не более одного единичного элемента. Граф функционального отношения характеризуется тем, что из каждой вершины может выходить только одна дуга.

Любое функциональное отношение в алгебре отношений рассматривается как функция. Первую координату $x$ упорядоченной пары $(x, y) \in H$ называют аргументом (переменной), а вторую $y$ – образом (значением) функции. Традиционная запись функции $y = f(x)$ соответствует соотношению $xfy$, или $(x, y) \in f$. Множество $H$ тех пар $(x, y)$, для которых выполнено соотношение $xHy$ называют графиком функции.

Если функциональное отношение $H \subset X \times Y$ всюду определено на $X$, т. е. его область определения $D(H)$ совпадает с множеством $X$, то его называют отображением множества $X$ в $Y$ и записывают $X \xrightarrow{H} Y$. Отображение можно рассматривать как функцию $f$, определенную на множестве $X$ и принимающую значения в множестве $Y$.

Из вышесказанного видно, что различие между отображением и функцией сводится к способу определения этих отношений на множестве $X$, причем отображение рассматривается как частный случай функции. Большинство авторов не различают понятия отображения и функции, оставляя открытым вопрос об области определения. В этом случае, если $f$ – отображение или функция, то пишут $f: X \to Y$.

Приведем пример функциональных отношений, используя при этом числовые функции.

Предположим, что для определения рейтинга преподавателей ЗВО исследуется одна из компонент его профессиональной деятельность, а именно научная деятельность за некоторый период времени $\Delta T$. Одним из показателей научной деятельности преподавателя может служить количество научных трудов, опубликованных им за этот период времени. Функциональное отношение между множеством моментов времени (выхода в свет публикаций) и значениями шкалы натуральных чисел, которые соответствуют количеству опубликованных работ, показано на рисунке 3.44.

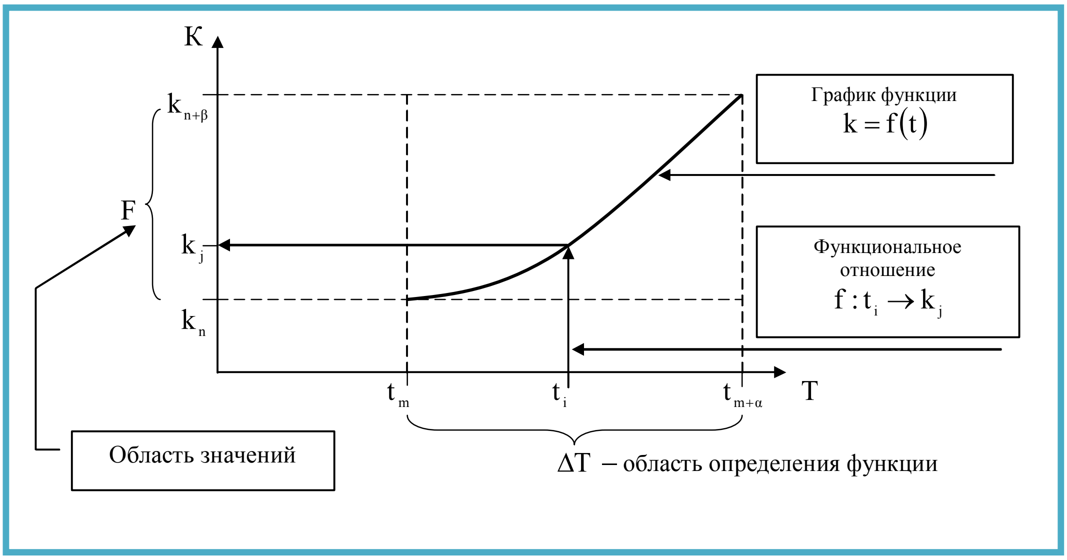



Рисунок 3.44 – Пример функциональных отношений

Такие функциональные отношения могут быть представлены в учебной базе данных ЗВО для формирования соответствующих логических выводов, например, если соискатель за интервал времени $[t_m, t_{m+\alpha}]$ выполнил и опубликовал $k_{n+\beta} \geq 20$ научных трудов, то можно считать, что он выполнил минимальные требования ВАК по опубликованию научных результатов на соискание ученой степени доктора наук.

Большое значение в алгебре отношений имеют типы отображений. Различают отображения $X$ в $Y$, где каждый элемент $x \in X$ имеет один и только один образ $y = f(x)$ из $Y$. Примером такого отображения может служить рассмотренный выше пример (см. рис. 3.42).

Говорят, что имеет место отображение $X$ на $Y$ в том случае, если любой элемент из $Y$ есть образ, по крайней мере, одного элемента из $X$. Такое отображение получило название *сюръекция* или *накрытие.*

Если для любых двух и более различных элементов из $X\{x_i\} = X, i \geq 2$ их образы $y_j = f(x_i)$ также различны, то отображение $f$ называется *инъекцией.*

Отображение, которое одновременно является *сюръекцией и инъекцией,* называется *биекцией* или *наложением.* В этом случае принято говорить, что $f: X \to Y$, есть взаимно-однозначное отображение, а между элементами $X$ и $Y$ имеется взаимно-однозначное соответствие.

Следует заметить, что отношения можно рассматривать как множество, и все операции над множествами, которые рассмотрены выше, могут быть использованы для операций над отношениями.

Для алгебраических преобразований и классификации отношений необходимо знать свойства отношений, которые кратко изложим ниже.

*Свойства отношений*

Пусть $E$ – бинарное отношение в множестве $A$. Определим общие свойства таких отношений, которые должны выполняться для всех $(a_i, a_j) \in E$. Говорят, что $E \subset A \times A$:

1. *Рефлексивно*, если $E \supset R$ ($R$ – тождественное отношение, т. е. оно всегда выполняется между объектом и им самим $(aEa)$).

Содержательными примерами рефлексивных отношений могут служить отношения «быть похожим на», «иметь общий признак $c$».

Рефлексивные отношения всегда представляются матрицей, у которой на главной диагонали стоят единицы. В графе, изображающем рефлексивное отношение, каждая вершина имеет петлю.

2. *Антирефлексивно,* если $E \cap R = \emptyset$, т. е. может выполняться только для несовпадающих объектов: из $a_iEa_j$ следует $a_i \neq a_j$ (строгое неравенство, отношение строгого порядка).

Матрица, представляющая антирефлексивное отношение, имеет на главной диагонали нули, а в соответствующем графе петли непременно отсутствуют.

Пример антирефлексивного отношения приведен на рисунке 3.43,д).

3. *Симметрично*, если $E = E^{-1}$, т. е. при выполнении соотношения $a_i E a_j$ выполняется и соотношение $a_j E a_i$.

В матрице, представляющей симметричное отношение, элементы, симметрично расположенные относительно главной диагонали, равны между собой $a_{ij} = a_{ji}$. В соответствующем графе вместе с каждой стрелкой, идущей из вершины $a_i$ в вершину $a_j$, существует и противоположно направленная стрелка. В большинстве случаев двойные стрелки не отображают, а симметричные отношения изображают неориентированным графом.

Пример симметричного отношения приведен на рисунке 3.43,б).

4. *Асимметрично,* если $E \cap E^{-1} = \emptyset$, т. е. из двух соотношений $a_i E a_j$ и $a_j E a_i$по меньшей мере одно не выполняется. Если отношение асимметрично, то оно и антирефлексивно.

В матричном представлении это приводит к равенству $a_{ij}\, a_{ji} = 0$. В соответствующем графе не может быть стрелок, соединяющих две вершины в противоположном направлении, т. е. направление стрелок всегда существенно.

Например, отношение строгого включения «⊂», «быть преподавателем в конкретной учебной группе» и др.

5. *Антисимметрично*, если $E \cap E^{-1} \subseteq R$, т. е. оба соотношения $a_i E a_j$ и $a_j E a_i$ выполняются одновременно только тогда, когда $a_i = a_j$.

Для матричных элементов это приводит к утверждению: $a_{ij} a_{ji} = 0$, если $i \neq j$.

В графе антисимметричного отношения могут быть петли, но связь между вершинами, если она имеется, также отображается только одной направленной дугой.

Примерами таких отношений могут служить нестрогие неравенства $\leq,\ \geq$ нестрогие включения $\subseteq,\ \supseteq$.

6. *Транзитивно*, если $EE \subseteq E$, т.е. $a_i E a_j$ и $a_j E a_k$, то следует $a_i E a_k$.

В матрице транзитивного отношения для каждой пары единичных элементов, один из которых расположен в *i*-м столбце и *j*-й строке, а другой в *j*-м столбце и *k*-й строке, обязательно существует единичный элемент, расположенный в клетке на пересечении *i*-го столбца и *k*-й строки (наличие единичных элементов на главной диагонали не нарушает транзитивности).

Граф транзитивного отношения покажем на примере.

При исследовании учебного плана и построении структурно-логической схемы выделена цепочка учебных дисциплин: философия $(d_1)$, математика $(d_2)$, физика $(d_3)$, теория информации $(d_4)$ и надежность, и эксплуатация АСУ $(d_5)$. Обозначим это множество соответственно $\{d_i\} = D,\ i = \overline{1{,}5}$. Зададим между элементами этого множества отношение «обеспечивать знаниями». Тогда граф транзитивного отношения имеет следующий вид (рис. 3.45).

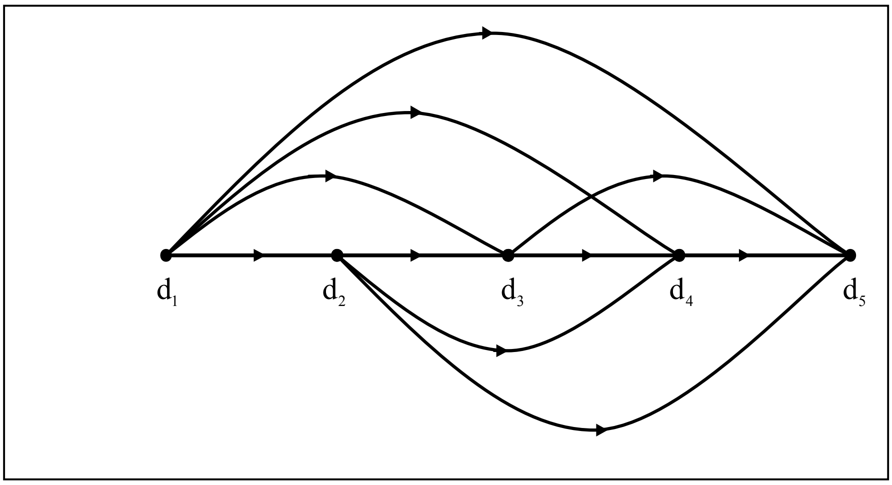



Рисунок 3.45 – Граф транзитивного отношения во множестве D

*Отношения порядка*

В алгебре отношений различают следующие виды порядка.

*Упорядоченность.* Отношение порядка обладает свойствами рефлективности, транзитивности и антисимметричности. Его принято обозначать символом $\leq$. Запись $x \leq y$ означает, что пара $(x, y)$ принадлежит множеству $A \subset M \times M$, являющимся отношением порядка в множестве $M$, причем $\boldsymbol{x}$ предшествует $\boldsymbol{y}$ (или $\boldsymbol{y}$ следует за $\boldsymbol{x}$). В принятых обозначениях свойства отношения порядка запишутся следующим образом:

1) $X \leq X$ (рефлексивность);

2) если $x \leq y$ и $y \leq z$, то $x \leq z$ (транзитивность);

3) из $x \leq y$ и $y \leq x$ следует $x = y$ (антисимметричность).

Множество, на котором определено отношение порядка, называется упорядоченным множеством. Множество совершенно (линейно, просто) упорядочено, если для любых двух его элементов имеет место, по крайней мере, $x \leq y$ или $y \leq x$ (его называют также цепью).

В общем случае может оказаться, что для некоторых пар $(x, y)$ ни одно из соотношений $x \leq y$ и $y \leq x$ не имеет места (такие элементы называют несравнимыми). Тогда говорят, что множество частично упорядочено. Типичными примерами частичного порядка являются включение, отношение «быть делителем» и др.

*Отношение строгого порядка.* Отношение, наделенное свойствами транзитивности и антирефлексивности, называют отношением строгого порядка и обозначают символом <. Свойство антирефлексивности означает, что элемент множества не может сравниваться сам с собой. Между отношениями строгого порядка и нестрогого порядка имеют место соотношения: $(\leq) = (<) \cup E$ и $(<) = (\leq) \backslash E$, где $E$ – тождественное отношение. Отношение строгого порядка характерно для различного рода иерархий с подчинением одного объекта другому.

*Последовательности.* Элементы любого конечного множества $M$ можно пронумеровать порядковыми числами 1, 2, 3,…,$n$. Для счетного множества нумерацию следует понимать как взаимно однозначное отображение множества натуральных чисел $N$ на $M$, которые каждому числу $i$ ставят в соответствие некоторый элемент $x_i$ из $M$. Упорядоченное таким отображением множество $\{x_1, x_2, x_3, \dots\}$ называется последовательностью (конечной или бесконечной). Элемент $x_i$ из $M$ называют членом последовательности с индексом $i$.

*Весовые функции.* Пусть на множестве М определено отображение $f: M \rightarrow$ $\rightarrow R$ ($R$ – множество действительных чисел), ставящее в соответствие каждому объекту $x$ из $M$ некоторое действительное число $f(x)$, это число называют ***весом,*** а отображение $f$ – весовой функцией. Иногда понятие веса совпадает с буквальным смыслом этого слова, например, вес детали, атомный вес химического элемента, полезный груз автомашины и др. Но весом может служить любая числовая характеристика объекта, например, сопротивление резистора, объем тела, площадь участка, число баллов спортсмена и др.

Если отображение $f$ взаимно однозначно, то на множестве $M$ можно определить совершенно строгий порядок условием $x < y$, если $f(x) < f(y)$. Действительно, если не существует объектов с равными весовыми функциями, то для любой пары $(x, y)$ справедливо либо $f(x) < f(y)$, либо $f(y) < f(x)$, т. е. все элементы сравнимы, и отношение антирефлексивно. В тоже время оно и транзитивно, так как для элементов $x, y, z \in M$ из $f(x) < f(y)$ и $f(y) < f(z)$ следует $f(x) < f(z)$. Примерами совершенно строгого упорядоченного множества, на котором определено инъективное отображение (весовая функция), являются: периодическая таблица Менделеева, расположение спортсменов по совокупности полученных баллов при условии, что нет одинаковых результатов и т. д.

*Квазипорядок.* Если отображение $f: M \to R$ не инъективно, т. е. два различных объекта *x* и *y* из *M* могут иметь равные веса $f(x) = f(y)$, то отношение между ними не являются антисимметричным и, следовательно, не удовлетворяет определению порядка. В тоже время с отображением *f* можно связать разбиение множества *M* на классы эквивалентности $\{M_1, M_2, \dots, M_j, \dots\}$. Каждый из них объединяет различные элементы из *M* с равными весами, причем этот вес служит представителем соответствующего класса.

В таком случае говорят об упорядочении совокупности классов эквивалентности $\{M_1, M_2, \dots\}$ некоторого множества *M* по их представителям $\alpha_1, \alpha_2, \dots$ . Так как система представителей $\alpha_1, \alpha_2, \dots$ не содержит одинаковых элементов, то на этой системе, как на множестве, можно определить строгий порядок. Такое упорядочение отождествляет элементы множества *M*, принадлежащие к одному и тому же классу эквивалентности, и определяет на этом множестве квазипорядок (предпорядок). Говорят также, что строгий порядок на множестве классов эквивалентности $\{M_1, M_2, \dots\}$ множества *M* индуцируется квазипорядком.

Квазипорядок удовлетворяет условиям рефлексивности и транзитивности.

*Отношение эквивалентности.* Отношение эквивалентности представляет собой экспликацию, т. е. перевод индуктивных представлений обыденных слов «одинаковость», «неразличимость», «взаимозаменяемость» в строго математическое понятие.

Эквивалентность удовлетворяет условиям рефлексивности, симметричности, транзитивности и обычно обозначается символом «~». При этом x ~ y обозначает, что упорядоченная пара $(x, y)$ принадлежит множеству $A \subset M \times M$, являющимся отношением эквивалентности в множестве *M*.

Свойства эквивалентности записывается следующим образом:

1) x ~ x (рефлексивность);

2) если x ~ y, то y ~ x (симметричность);

3) из x ~ y и y ~ z следует x ~ z (транзитивность).

*Отношение толерантности.* Отношение толерантности $\tau$ на множестве *M* удовлетворяет свойствам рефлексивности и симметричности. Упорядоченная пара $(x, y)$ принадлежит множеству $\tau \subset M \times M$, если 1) $x\tau x$ и 2) из $x\tau y$ следует $y\tau x$. Для этого отношения, в отличие от эквивалентности, транзитивность не обязательна, и, значит, эквивалентность есть частный случай толерантности.

Отношение толерантности представляет собой экспликацию индуктивных представлений о сходстве и неразличимости. Каждый объект неразличим сам с собой (рефлексивность), а сходство двух объектов не зависит от того, в каком порядке ни сравниваются (симметричность). В тоже время, если один объект сходен с другим, а другой сходен с третьим, то это вовсе не означает, что они обязательно сходны между собой, т. е. свойство транзитивности может не выполняться.

*Законы композиции. Композиция объектов.* В математике и ее приложениях большое значение имеют отношения, ставящие в соответствие паре каких-либо объектов $(a, b)$ третий объект $c$. Примерами таких отношений являются действия над числами. В общем случае отношение может представлять собой некоторую операцию не только между числами, но и между объектами любой природы. При этом запись $a \perp b = c$, или $a \top b = c$, означает, что $a$ в композиции с $b$ дает $c$. Символ «$\perp$» (или «$\top$») обозначает операцию, объекты $a$ и $b$ называют операндами, а объект $c$ – результатом операции или композицией объектов $a$ и $b$.

Обозначим множество операндов соответственно через $A$ и $B$ ($a \in A$ и $b \in B$), а множество результатов операции – через $C (c \in C)$. Так как множество пар $(a, b)$ есть прямое произведение $A \times B$, то операцию определяют как отображение множества $A \times B$ в $C$, т. е. $A \times B \to C$, и часто называют законом композиции.

*Законы композиций на множества.* Множества $A$, $B$, $C$, участвующие в операции $A \times B \to C$, не обязательно должны быть различными. Если $B = C = S$, то говорят, что закон композиции определен на множестве $S$.

Различают внутренний закон композиции $S \times S \to S$ и внешний закон композиции $\Omega \times S \to S$, где $\Omega$ и S – различные множества. В случае внутреннего закона говорят, что множество образ элементы $\omega \in \Omega$ называют операторами, а $\Omega$– множеством операторов на множестве $S$.

Операции на множестве $S$ могут обладать некоторыми общими свойствами, которые обычно выражаются соотношениями между элементами из $S$:

– коммутативность $a \top b = b \top a$;

– ассоциативность $a \top (b \top c) = (a \top b) \top c$;

– дистрибутивность $(a \top b) \perp c = (a \perp c) \top (b \perp c)$ и $c \perp (a \top b) =$ $= (c \perp a) \top (c \perp b)$.

*Гомоморфизм и изоморфизм.* Рассмотрим два группоида: множество $Q$ с законом композиции $\top$ и множество $S$ с законом композиции $\perp$. Пусть каждому элементу из $Q$ соответствует некоторый элемент из $S$, причем, если паре

$(a, b) \in Q$ соответствует пара $(a', b') \in S$, то элементу $(a \perp b) = c$ из $Q$ соответствует $a' \top b'$ из $S$. Такое отображение $Q \to S$ называют гомоморфизмом $Q$ в $S$. Иначе говоря, если $f: Q \to S$ такое, что для всякой пары $(a, b)$ из $Q$ справедливо соотношение $f(a \top b) = f(a) \perp f(b)$, то $Q$ гомоморфно отображается в $S$ относительно операций $\top$ и $\perp$ (рис. 3.46).

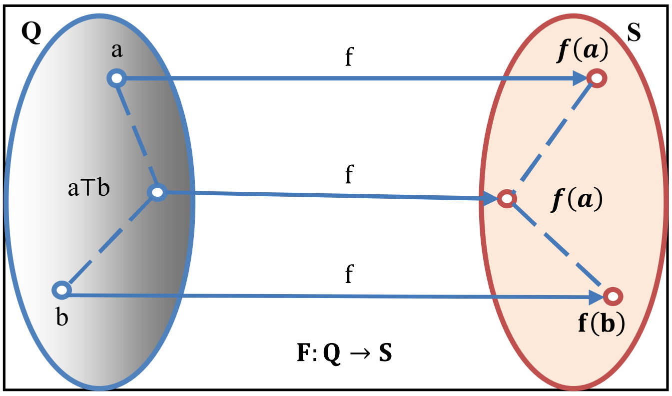



Рисунок 3.46 – Иллюстрация гомоморфных отображений

В алгебре отношений различают четыре вида отображений, суть которых представлена на рисунке 3.47.

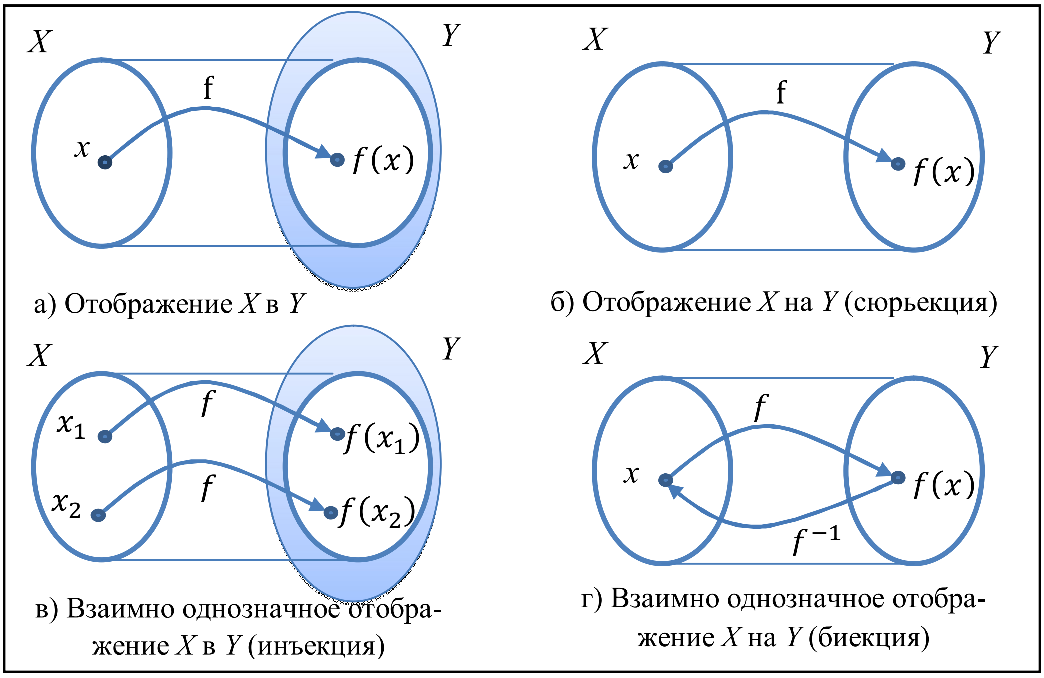



Рисунок 3.47 – Иллюстрация различных видов отображений

В случае сюрьективного отображения $f$ имеем гомоморфизм $Q$ на $S$, называемый эпиоморфизмом. Взаимно однозначный (биективный) гомоморфизм называется изоморфизмом. Изоморфные множества $Q$ и $S$ обладают одинаковыми свойствами относительно на них определенных операций. Например, если операция $\top$ коммутативна на множестве $Q$, то операция $\perp$ также коммутативна на множестве $S$; если для каждого элемента из Q существует симметричный элемент относительно операции $\top$, то и для каждого элемента из $S$, соответствующего элементу из $Q$, существует симметричный относительно операции $\perp$.

На практике формального представления сложных систем часто используют сложные порядки, когда на элементах некоторого множества существует несколько порядков. Например, если учебник или монографию рассматривать как некоторый лингвистический объект (сложную систему), то на его элементах (страницах, разделах, подразделах и т. д.) существуют отношения строгого порядка в виде нумерации страниц, отношения включения и принадлежности (раздел включает конкретные иллюстрации) и т. д.

Здесь уместно привести понятие изотонности некоторых отображений.

**Изотонным** называется отображение $X \xrightarrow{f} Y$, сохраняющее порядок:

$$x < y \to f(x) < f(y),$$

где символом « < » обозначен порядок на $Y$.

### 3.7.6 Символика и правила теории категорий и функторов

Материал данного пункта излагается на перспективу развития специальности «Геодезия и землеустройство». Кроме того, сам термин – «ноогеоматика» и его определение предполагает исследование и разработку масштабных пространственно-распределенных сложных геоинформационных систем. К сожалению, мощности математического аппарата, а именно теоретико-множественных основ формализации сложных процессов, протекающих в геоинформационных системах масштаба ноосферы, недостаточно и необходимо переходить к более абстрактному математическому аппарату. Таким аппаратом могут быть основы теории категорий и функторов, который является составной частью общей топологии. Он позволяет с высокой степенью обобщения представлять типологические слои в геоинформационных системах, например, как в известной аналитической системе «Google Аналитика» [31] представляют слои «Город», «Страна», «Континент» и «Субконтинент».

Одним из путей к разработке пространственно-распределенных интеллектуальных геоинформационных систем, претендующих на использование коллективного искусственного разума, является создание моделей знаний на основе формальных систем, а именно формализованных теорий, обеспечивающих описание, тех или иных компонент ноосферы и ее изменений.

Теория категорий оперирует следующими понятиями.

Категория определяется как класс объектов $Ob(K)$ вместе с классом морфизмов *Mor(K)* и законом композиции $\mu$, если выполняются следующие положения.

Ассоциативность закона композиции для $f \in Mor(X,Y)$, $g \in Mor(Y,Z), h \in Mor(Z,T)$ и имеет место композиция $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$.

Существование единицы для каждого $X \in Ob(K)$ и $1_x \in Mor(X,X)$, называемой тождественным или единичным морфизмом объекта X, такой, что для любых $f \in Mor(X,Y)$ и $g \in Mor(Z,X)$ имеет место $f \circ 1_x = f, 1_x \circ g = g$.

Важно, что ее объекты $Ob(K)$ могут иметь любую произвольную природу. В том числе объекты $Ob(K)$ могут рассматриваться как математические конструкции, т. е. формализованные теории и другие алгебраические системы, например, группы, полугруппы, кольца, алгебра Ли и др.

Эти свойства категорий позволяют использовать при формализации уже разработанные частные формализованные теории, модели и т. д., описывающие конкретные предметные области.

В работах по топологии на более высокую ступень обобщения ставят и понятие функция. Здесь вводятся понятия ковариантных и контравариантных функторов, которые будут использованы при объединении частных формализованных теорий.

Ковариантным функтором $F$ из категории $\boldsymbol{K_1}$ в категорию $\boldsymbol{K_2}$ называется правило, сопоставляющее каждому объекту $X$ из $Ob(\boldsymbol{K_1})$ некоторый (вполне определенный) объект $F(X)$ из $Ob(\boldsymbol{K_2})$, и каждому морфизму $f$ из $Mor_{K1}(X,Y)$ – некоторый (вполне определенный) морфизм $F(f)$ из $Mor_{K2}\big(F(X),F(Y)\big)$ и именно так, что выполняются аксиомы:

Ф.1. $F(1_x) = 1_{F(x)} \forall X \in Ob(\boldsymbol{K_1})$;

Ф.2. для произвольных двух морфизмов $f: X \to Y$ и $g: Y \to Z$ категории $\boldsymbol{K_1} F(g \circ f) = F(g) \circ \mathrm{F}(f)$.

Двойственным образом определяется контравариантный функтор, т. е. определяющие контравариантный функтор аксиомы аналогичны аксиомам ковариантного функтора за исключением формулы $\boldsymbol{K_1} F(g \circ f) = F(g) \circ \mathrm{F}(f)$, которая принимает вид $\boldsymbol{K_1} F(g \circ f) = F(f) \circ \mathrm{F}(g)$.

В работе [34] показано, что ковариантные (контравариантные) функторы сами могут образовывать категории, в которых морфизмы называют функторными.

Важными понятиями в теории категорий являются понятия «конуса» и «коконуса», которые определяются как семейство $\{f_\delta: Y \to X_\delta, \delta \in \Delta\}$, морфизмов категории $K$ с общим началом Y и концами $X_\delta$, где $\Delta$ – множество морфизмов, составляющих конус. Двойственным образом, всякое непустое семейство $\{f^\delta: X_\delta \to Y,\ \delta \in \Delta\}$ морфизмов категории $K$ с общим концом Y называется коконусом с вершиной $Y$ и началами в $X_\delta$.

На языке теории категорий обозначаются:

$\boldsymbol{Set}$ – категория множеств. Объектами в этой категории являются множества, а морфизмами – отображения множеств.

$\boldsymbol{Group}$ – категория групп. Объектами здесь являются алгебраические группы, а морфизмами – отображения, сохраняющие групповую структуру.

$\boldsymbol{Vect_K}$ – категория векторных пространств над алгебраическим полем $K$. Здесь морфизмами являются линейные отображения.

Таким образом, с целью математической поддержки обучающихся изложены теоретические основы формального представления сложных систем от простых представлений к сложным, от элементарных формальных систем в виде исчисления высказываний до более сложных логических построений (формализованных теорий), основанных на топологических алгебрах.

## 3.8 Основные понятия компьютерной геометрии и графики

Вернем читателя к подразделу пп. 2.1, где рассматривается философский аспект изучения Земли и землеустройства, а также диалектические законы развития природы. Кроме того, необходимо вспомнить предпосылки создания геометрии, информатики и геоматики (см. пп. 2.4).

Развитие компьютерной геометрии и графики на основе диалектических законов философии шло по пути от определений Евклида (см. первую книгу «Начала») до создания современных высокопроизводительных графических процессоров с соответствующим математическим и программным обеспечением.

Напомним основные определения Евклида из его первой книги «Начала»:

– точка есть то, что не имеет частей;

– линия – длина без ширины;

– края же линии – точки;

– прямая линия есть та, которая равно лежит на всех своих точках;

– поверхность есть то, что имеет только длину и ширину;

– края поверхности – линии;

– плоская поверхность есть та, которая лежит на всех своих линиях.

Приведенные определения, по сути, являются фундаментом для создания компьютерной геометрии и графики.

Реализация качественных графических изображений, в том числе электронных карт различных масштабов и моделей объектов в формате 2D и 3D осуществляется на основе математического и программного обеспечения, которые изложены в подпунктах пп. 3.7.3–3.7.6 настоящего пособия.

Для получения графических изображений по аналогии с определениями Евклида в современной компьютерной геометрии используются так называемые примитивы и их атрибуты.

Графические объекты размещаются на плоскости и в пространстве.

На плоскости местоположение графических объектов определяется прямоугольной двухмерной системой координат. Оси $(x, y)$, пересекающиеся в начале двухмерной системы координат, перпендикулярны, имеют единичный размер и определенное направление.

В пространстве местоположение графических объектов определяется прямоугольной трехмерной системой координат. Оси $(x, y, z)$, пересекающиеся в начале трехмерной системы координат, перпендикулярны, имеют единичный размер и определенное направление. Суть цилиндрической (см. рис. 3.16), сферической и полярной системы координат (см. рис. 3.17) и полярной системы координат (см. рис. 3.13) изложена в пп. 3.2.

Чаще всего масштаб единичных размеров осей систем координат равен единице. В этом случае единичный элемент систем координат равен квадрату в плоскости и кубу в пространстве. Если масштабы соотношений единичных размеров осей систем координат отличаются от единицы, то в этом случае их единичный элемент равен прямоугольнику в плоскости и параллелепипеду в пространстве.

В компьютерной технике единичный элемент изображения на плоскости называется пиксел, а единичный элемент изображения в пространстве – воксел (рис. 3.48).

В компьютерной графике примитивами называются графические объекты, из которых можно составить более сложные по геометрической форме графические объекты. Например, для прямой линии примитивом является точка, так как прямая линия может быть составлена из точек. Для треугольника (т. е.

части плоскости) примитивами являются и точка, и прямая линия, так как треугольник можно составить и из точек, и из прямых линий. Из треугольников можно сформировать любую кривую поверхность, а из частей кривых поверхностей – тело любой сложности, ограниченное этими частями поверхностей.

Таким образом, элементы, из которых составляется графический объект, считаются примитивами для этого объекта.

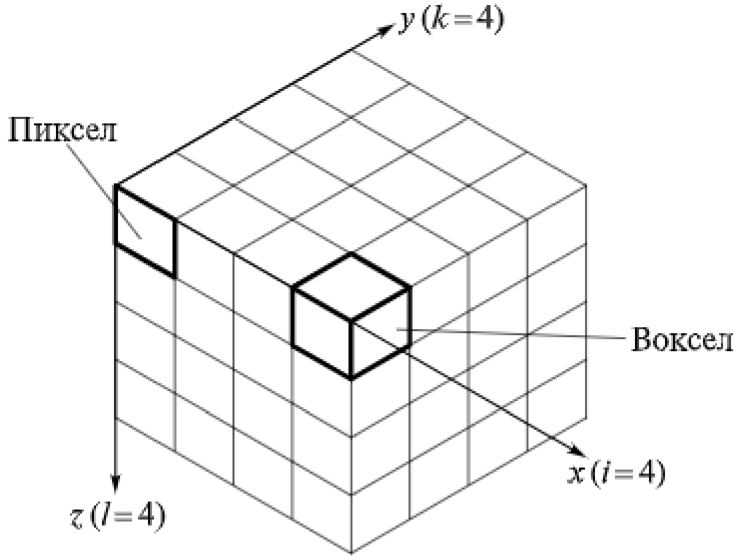



Рисунок 3.48 – Иллюстрация единичных элементов изображения на плоскости и в пространстве

Атрибутами графического объекта называются описания, характеризующие свойства данного объекта. Графическому объекту ставиться в соответствие некоторая атрибутивная таблица, в которой указывается характеристики объекта – цвет объекта, количественная оценка его свойств, текст и т. д.

К геометрическим примитивам относят *точку* – это бесконечно малая величина, размещенная в определенном месте пространства. В компьютерной технике физическая величина точки равна размеру пиксела на плоскости или воксела в пространстве.

*Линия* – это множество соприкасающихся друг с другом в определенном направлении точек. Она бесконечно тонкая и располагается в пространстве по определенному математическому закону. Линия, все соседние точки которой связаны между собой линейной зависимостью, называется прямой. Линия, все соседние точки которой связаны между собой нелинейной зависимостью, называется кривой. Линия, при движении которой в одном направлении происходит возврат в начальную точку, называется замкнутой (например, окружность, эллипс и т. п.). Линия, при движении по которой в одном направлении невозможен возврат в начальную точку, называется разомкнутой (например, парабола, гипербола и т. п.).

В компьютерной технике физическая толщина линии равна размеру пиксела на плоскости или размеру воксела в пространстве.

*Поверхность* – это множество соприкасающихся друг с другом в произвольных направлениях точек, она бесконечно тонкая и располагается в пространстве по определенному математическому закону. Поверхность, все соседние точки которой связаны между собой линейной зависимостью, называется плоскостью. Поверхность, все соседние точки которой связаны между собой нелинейной зависимостью, т. е. имеющая кривизну, называется кривой поверхностью, или просто поверхностью.

Следовательно, плоскость представляет собой частный вариант поверхности.

Поверхность, линия пересечения которой плоскостью во всех возможных направлениях (т. е. линией, точки которой принадлежат одновременно плоскости и поверхности), является замкнутой.

Если хотя бы одна из линий пересечения поверхности плоскостью во всех возможных направлениях является разомкнутой, то такая поверхность называется бесконечной разомкнутой.

Например, линия пересечения двух плоскостей – бесконечная прямая, линия пересечения параболоидной поверхности плоскостью по оси симметрии – разомкнутая парабола, следовательно, и плоскость, и параболическая поверхность являются бесконечными поверхностями.

Замкнутые поверхности не могут быть бесконечными.

Таким образом, все многообразие геометрических объектов является комбинацией различных примитивов – простых фигур, которые в свою очередь состоит из графических элементов – точек, линий и поверхностей. Подробную информацию о компьютерной геометрии и графике можно найти в работе [30].

# 4 ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ СПЕЦИАЛЬНОСТИ, ИЛИ ОТ ГЕОПОДОСНОВЫ ДО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ГЕОИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

## 4.1 Геоподоснова – начала специальности «Геодезия и землеустройство»

Многие читатели этого пособия наверняка встречались с ситуацией, когда необходимо иногороднему человеку пояснить, как пройти или проехать в необходимое ему место, например в Харьковский национальный университет городского хозяйства имени А. Н. Бекетова. Для этого на листе бумаги, если, конечно, под рукой нет соответствующего гаджета с Интернет, рисуется эскиз с соответствующими ориентирами (рис. 4.1).

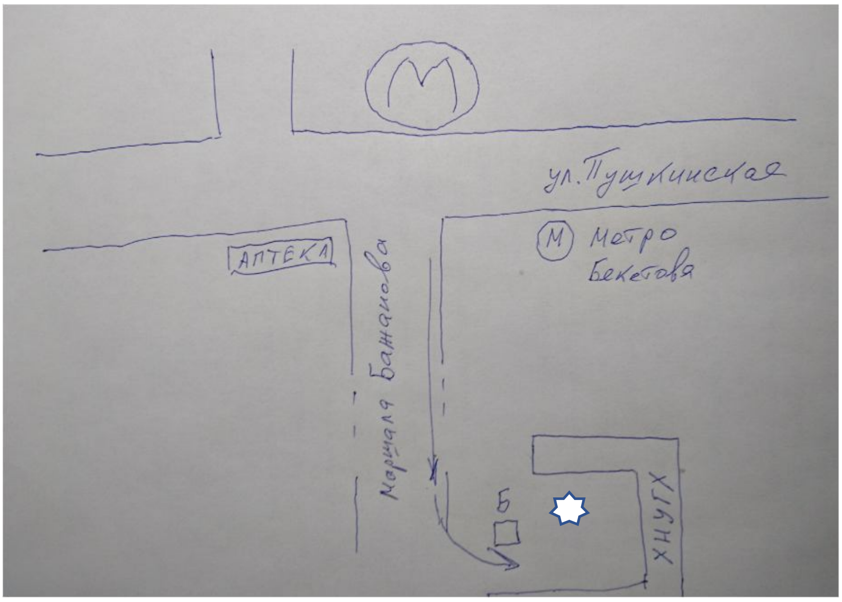



Рисунок 4.1 – Эскиз, который позволяет понять, как выйдя из метро пройти к Университету имени Алексея Николаевича Бекетова

Эскиз представляет собой чертеж, предназначенный для временного использования, и выполняется от руки, в глазомерном масштабе, в нашем случае, с соответствующими ориентирами, где буквой «Б» обозначен памятник А. Н. Бекетову.

В геодезии чертеж небольшого участка местности в крупном масштабе называется планом местности [1, 2]. Такой план, созданный студентами первого курса внутреннего двора ХНУГХ им. А. Н. Бекетова, показан на рисунке 4.2. Местность, на которую составлялся план на рисунке 4.1 помечен звездочкой.

Различают два типа планов местности:

– топографический план – на нём показывается как ситуация (взаимное расположение, контуры объектов), так и рельеф (в виде сплошных горизонталей); является результатом топографической съёмки;

– ситуационный (контурный) план – на нём показана только ситуация; является результатом горизонтальной (плановой, контурной) съёмки.

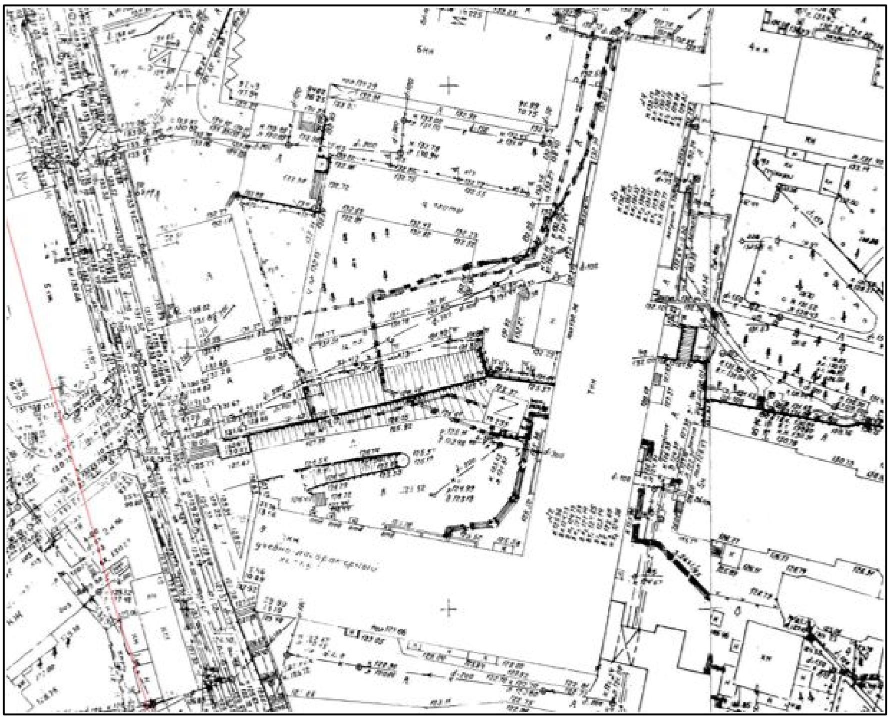


Рисунок 4.2 – Топографический план масштаба 1:500
внутреннего двора ХНУГХ им. А. Н. Бекетова

Для составления контурного плана местности применяются специальные способы съёмки, которые изучаются на первом курсе и отрабатываются на летней практике. Формирование знаний и умений бакалавра по специальности «Геодезия и землеустройство» начинается именно с планирования местности и составления топографического плана земельного участка.

Различают топологическую подоснову и геоподоснову. Под топологической основой понимают карты, планы, составленные по результатам проведения топогеодезической съемки, а геоподоснову определяют как чертеж, включающий в себя исходные геодезические сведения о местности и инженерных коммуникациях с привязкой к географическим координатам.

Целью геоподосновы и топографической подосновы является выдача решения на строительство недвижимости или прокладывание инженерных коммуникаций либо их реконструкции на данном земельном участке с учетом полученных технических данных.

Геоподоснова может понадобиться и для других целей: выкупа или аренды муниципальных земель, составления дендроплана, осуществления вертикальной планировки городских территорий, их благоустройства, утверждения плана генеральной застройки, землеустроительных экспертиз и для выполнения целого ряда других земляных и ландшафтных работ. Для достижения этих целей при необходимости создаются цифровые топографические модели местности. Например, тахеометрия этого же объекта представлена на рисунке 4.3.

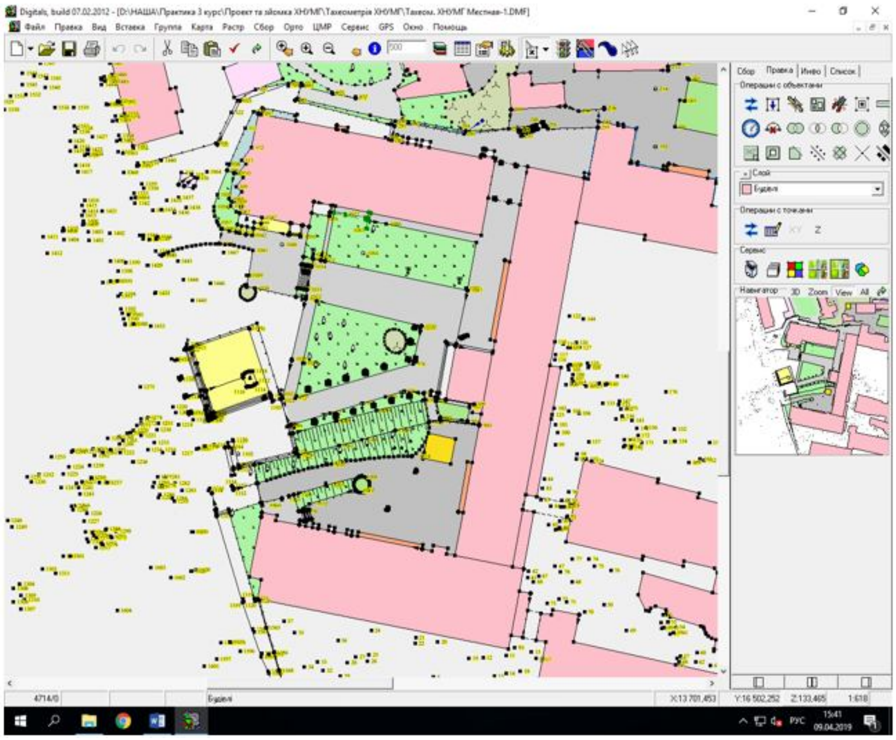


Рисунок 4.3 – Цифровой план тахеометрической съемки внутреннего двора ХНУГХ им. А. Н. Бекетова

Приведем еще один цифровой план, сделанный студенткой второго курса Н. В. Холодной с целью демонстрации ее знаний и умений по ландшафтному проектированию (см. рис. 4.4). Заметим, что данная студентка выпускница жилищно-коммунального техникума – ХНУГХ им. А. Н. Бекетова и в настоящее время обучается по ускоренной программе. Поэтому для нее не составило труда создать цифровой план местности.

Знания, умения и навыки, как правило, формируются у студентов при изучении учебной дисциплины «Геодезия» и на летней практике, где на полигоне в процессе полевых изысканий производятся соответствующие геодезические измерения, а камеральная обработка материалов полевых измерений осуществляется в специальном помещении.

Рисунок 4.4 – Цифровая топологическая модель местности

Таким образом, изучение геоподосновы местности является начальным и важным этапом становления специалиста в области геодезии и землеустройства и позволяет студентам ознакомиться с геодезическими приборами и научиться проводить геодезическую съемку, строить теодолитные и тахеометрические хода.

## 4.2 Обеспечение точности, достоверности и надежности геоподосновы

В основу камеральных работ положена математическая обработка результатов полевых изысканий, т. е. результатов геодезических измерений с целью обеспечения их точности, достоверности и надежности. Математической обработке геодезических измерений (МОГИ) посвящена одноименная учебная дисциплина, в которой выполняется ряд лабораторных работ и расчетно-графическая работа [3, 4].

В рамках учебной дисциплины МОГИ изучаются основные сведения о метрологии – науки об измерениях, методах и средствах обеспечения их единства и способы достижения требуемой точности. Кроме того, изучаются так же методы теории погрешностей, в частности особенности и свойства равноточных, неравноточных и двойных измерений, а также метод наименьших квадратов. Детально рассматриваются параметрический и коррелатный способы уравнивания. Структурная схема учебной дисциплины показана на рисунке 4.5.

Выделим особенности изучения данного материала.


Рисунок 4.5 – Схема изучения дисциплины МОГИ

Опыт изложения учебного материала, помещенного в данной книге, показывает, что он вызывает у студентов при его изучении определенные трудности. Кроме того, определенные трудности возникали и у автора, который попытался на основе известной литературы и образовательных стандартов систематизировать учебный материал и представить его в виде содержательной основы технологии обучения.

Одной из основных отличительных особенностей настоящего материала дисциплины является то, что он в максимальной степени приближен к решению практических задач геодезии и в нем отсутствуют математические методы и модели, которые редко используются или вообще не используются в геодезии. Кроме того, **язык**, которым излагается учебный материал, содержит лексику, которая представляет собой совокупность терминов нескольких предметных областей и наук – геодезии, метрологии, математического анализа, теории погрешностей, теории вероятностей и математической статистики. Совместное использование методических баз этих наук и теорий обусловливает сложность морфологических и синтаксических правил грамматики профессионального языка, на котором излагается учебный материал. Такой язык можно назвать естественно-математическим, так как, с одной стороны, им излагаются основные определения и комментарии к ним, задаются условия решения примеров и т. д. С другой стороны, на основе математических символов (алфавита математического языка) и правил построения формул и более сложных математических конструкций (морфологии и синтаксиса математического языка) абстрактно и формально показываются отношения между измеренными физическими величинами, которые приводят к их количественному оцениванию.

Усложняет язык изложения учебного материала одновременное использование современной символики математического языка, с символикой введенной еще К. Ф. Гауссом которая по традиции, используется при описании методов обработки измерений. Например, одновременно при составлении математических формул используют символ суммы «[ ]», введенный К. Ф. Гауссом и современный символ в виде заглавной греческой буквы $\sum$.

Еще одна особенность, которую необходимо учитывать при изучении данного учебного материала, – это подобие понятий «приращение переменной» и «погрешность измерения». Первое понятие лежит в основе дифференциального исчисления, второе составляет основу теории погрешностей. Смысловым содержание этих понятий является разность. В дифференциальном исчислении это разность между фиксированной точкой $x_0$ и произвольной точкой $x$, лежащей в некоторой окрестности фиксированной точки. В теории погрешностей это разность между истинным и измеренным значениями измеряемой величины $\Delta$. Поэтому дифференциальное исчисление как математический инструментарий при обработке геодезических измерений играет важную роль.

### 4.3 Системологические основы создания геоинформационных систем и прикладных технологий

Обратим внимание на название подраздела. Здесь речь пойдет в основном о прикладных геоинформационных технологиях, т. к. в настоящее время информационные системы и технологии составляют целую научную отрасль. Поэтому вспомним отдельные факты возникновения информационных систем и технологий и покажем место прикладных, среди бесконечного многообразия IT, и компьютерных технологий.

Термин «информационные технологии» в его современном смысле впервые появился в статье 1958 года, опубликованной в Harvard Business Review.

Авторы Гарольд Дж. Ливитт и Томас Л. Уислер прокомментировали, что у новой технологии еще нет единого установленного имени и поэтому ее будем называть информационными технологиями (ИТ). В этот термин авторы вложили три категории – методы обработки, применение статистических и математических методов для принятия решения и моделирование мышления более высокого порядка с помощью компьютерных программ.

В настоящее время теоретико-методологические основы информационных технологий объединяются двумя понятиями – это компьютерные технологии и IT- технологии. Эти термины являются синонимами и объединяют такие технологии, как интеллектуальные, лингвистические, геоинформационные, грид-технологии, сплайн-технологии и др.

В отличии от теоретико-методологических основ IT-технологий, прикладные информационные технологии реализуются в одной или нескольких предметных областях и могут включать процедуры, методы, модели разных технологий.

Выше было показано, что теоретико-методологические основы ноогеоматики являются обширной научной базой, которая может обеспечивать решение широкого круга задач. Примерами могут служить созданные и уже работающие ГИС. Это популярные программы «GoogleАналитик» [5], «ГИС Аксиома» [6], «СОВЗОНД» [7] и другие реально действующие ГИС и их оболочки. На рисунке 4.6 показаны фрагменты интерфейса геопространственного анализа посещаемости системы поддержки образовательных процессов кафедры Земельного администрирования и ГИС.

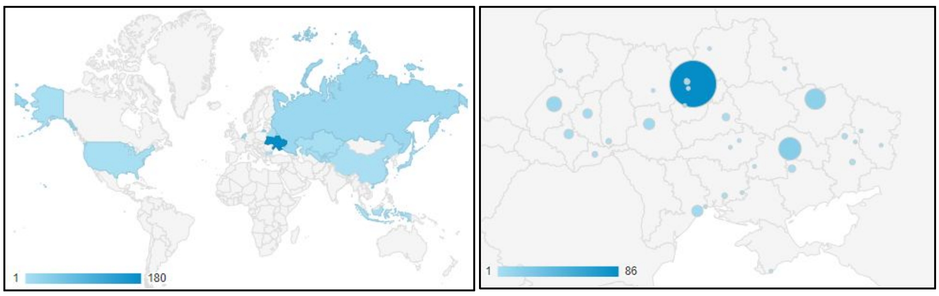



Рисунок 4.6 – Фрагменты геопространственного анализа посещаемости системы поддержки образовательных процессов кафедры

Для создания подобных ГИС используются множество библиотек и приложений. Кроме того, необходимо знать приборы, методы и методики получения и обработки различного вида геоинформации. Данные знания студенты получают при изучении таких дисциплин, как «Дистанционное зондирование земли», «Спутниковая геодезия», «Электронные геодезические приборы», «Математическая обработка геодезических измерений» и др.

На рисунке 4.7 показана обобщенная схема начального этапа построения баз геоданных, которые занимают центральное место при построении прикладных геоинформационных технологий. Здесь показаны основные источники геопространственной и геодезической информации для различных тематических слоев. Причем слои выделены на основании соответствия географических сфер Земли послойному ее представлению и недвижимости в геоматике (см. рис. 1.1).

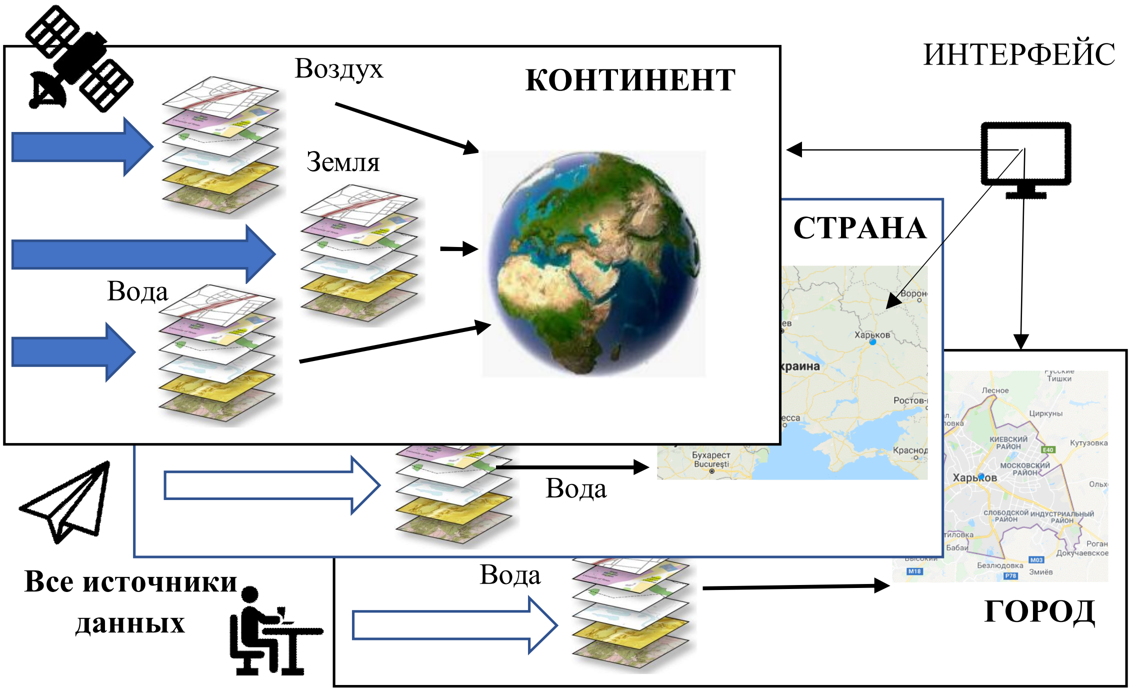
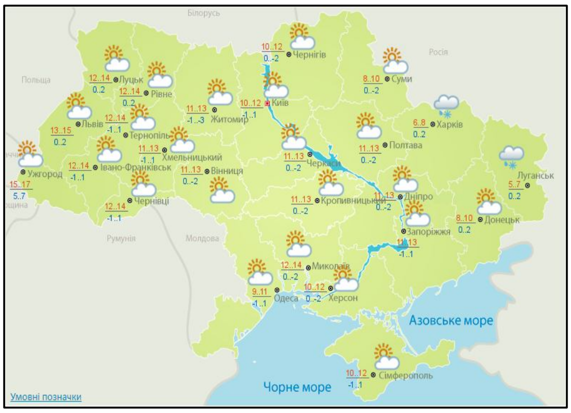



Рисунок 4.7 – Обобщенная схема формирования распределенных баз геоданных

Классическим примером ГИС, отображающей слои атмосферы Земли является GISmeteo, фрагменты интерфейса которого иллюстрируются рисунком 4.8. Здесь в левой части рисунка показана карта с метеоданными, полученными от различных областных центров гидрометеорологии и внесённых в базу геоданных ГИС Украинского гидрометеорологического центра. В правой части этого рисунка размещена фотография, сделанная из космоса системой глобального позиционирования GPS. Это подтверждает возможность формирования типовых слоев в базе геоданных на основе множества разнотипных источников геопространственных данных. Кроме того, использование грид-технологии позволяет создавать географически распределенные вычислительные инфраструктуры и решать задачи объединения разнородных ресурсов, обеспечивающих коллективный доступ к этим ресурсам.

Рассматривая биосферу Земли как оригинал для моделирования объектов, процессов и явлений, можно выделить множество отраслей человеческой профессиональной деятельности, которую можно систематизировать и решать практические задачи на основе ГИС.



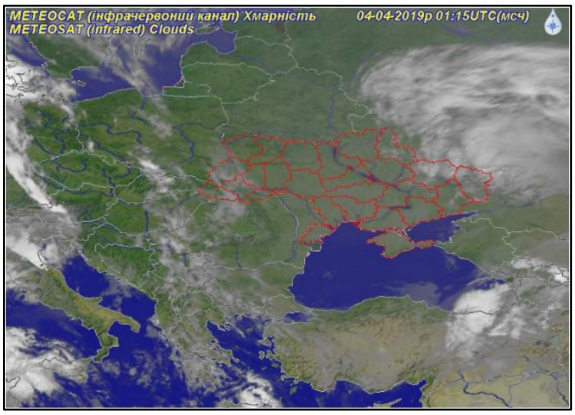



Рисунок 4.8 – Фрагменты интерфейса GISmeteo

Перечислим некоторые из них, которые чаще всего выбираются студентами для выполнения дипломных работ и проектов по специальности «Геодезия и землеустройство». Десятилетний опыт работы автора в Государственной экзаменационной комиссии показал, что студенты чаще всего для выполнения дипломных работ и проектов выбирают следующие предметные области: сельское хозяйство, защита окружающей среды, образование, транспорт, здравоохранение, гражданское и промышленное строительство, гидрогеологию и др.

Раскроем суть задач, которые можно решать на основе гипотетической единой системы поддержки принятия решений в высшим образовании Украины, изложенные в работе [8].

Проиллюстрируем на рисунок 4.9 возможность послойного представления и визуализации данных в распределенной ГИС, которые могут обеспечить лиц, принимающих решения, информацией на всех уровнях иерархии системы высшего образования.

На рисунке выделены пять групп задач, которые можно эффективно решать с использованием геоинформационных технологий.

К **первой группе** отнесем задачи геоинформационного анализа возможностей транснациональной интеграции системы «высшая школа» в общеевропейскую образовательную зону.

Для решения задач этой группы необходимы данные и соответствующий математический инструментарий, позволяющий оценивать параметры как европейских высших школ различных государств, так и высших школ развитых государств мирового образовательного пространства с параметрами системы «высшая школа» Украины. К первой группе задач, решаемых ГИС, можно отнести задачи мониторинга интеллектуальных ресурсов, которые используются за границей. Результаты анализа интеллектуальных ресурсов государства может стать основой для более тесных политических, экономических, образовательных, научных и иных связей с другими государствами.

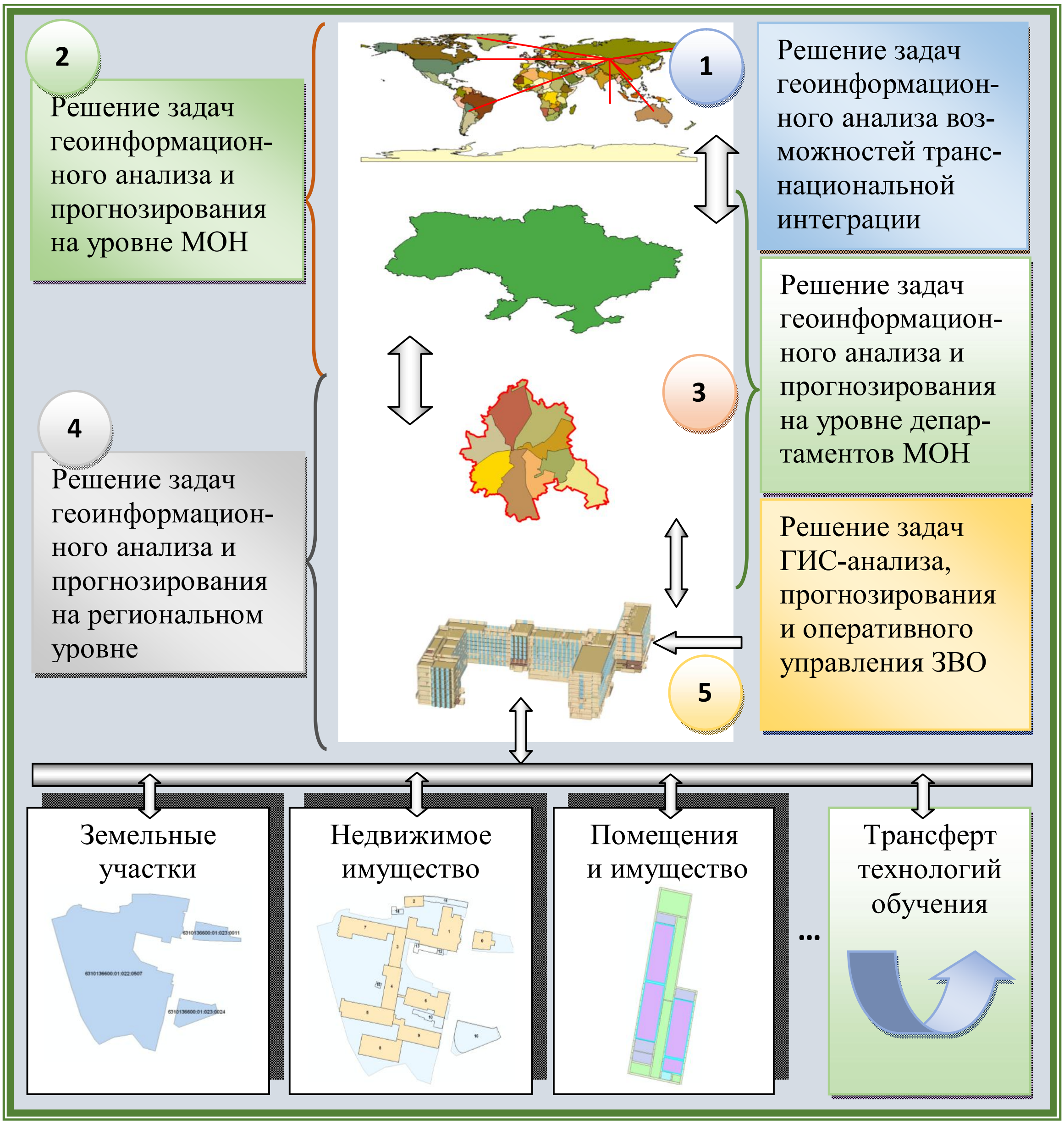



Рисунок 4.9 – Послойное представление данных в системе поддержки принятия решений в «высшая школа Украины» с использованием ГИС

На основе результатов геоинформационного сравнительного анализа на уровне МОН Украины можно решать задачи объединения усилий научной деятельности между учеными ЗВО Украины и учеными зарубежных высших учебных заведений. Контролировать и рекомендовать ректорам ЗВО заключение двухсторонних и многосторонних договоров с участием зарубежных партнеров. Формировать тематику симпозиумов и международных конференций и определять место и участников международных научных коммуникаций с учетом требований международных стандартов и минимизацией стоимости проведения таких мероприятий и т. д.

Решение **второй группы задач** должно быть направлено на гармонизацию отношений между всеми видами образования, а также выработку единой стратегической линии развития образования и достижения глобальной цели создания общества, основанного на знаниях. Для решения этой группы задач необходимо множество разнородных данных как количественных, так и качественных оценок состояния систем, как школьного, так и высшего образования, а также основных видов их образования. Важное место в этой группе должны занимать задачи прогнозирования, мониторинга и контролинга процессов и явлений в общеобразовательных средних школах и в высших учебных заведениях различного уровня аккредитации. К данной группе задач можно отнести задачу, которая в настоящее время уже решается с использованием информационных технологий, а именно задачу независимого тестирования абитуриентов.

Решение задач геоинформационного анализа и прогнозирования на уровне департаментов МОН Украины отнесем к **третьей группе задач**, и будем их рассматривать исключительно только для решения в департаменте высшего образования с целью сокращения объема изложения концептуальных положений использования геоматики при построении интеллектуальных информационных систем «высшая школа» Украины.

Геоинформационные технологии позволяют формировать не только карты местности, но и решать расчетные задачи как на основе обычных данных в виде количественных и качественных оценок, так и с использованием геоданных. Такое совмещение позволяет формировать лаконичную (релевантную) информационную модель для принятия окончательных решений ответственными лицами департаментов высшего образования МОН Украины.

В настоящее время стремительно развивается научное направление, получившее название «трансферт технологий». Новой задачей для их решения на уровне департамента МОН Украины может стать геоинформационный анализ трафиков технологий обучения и образования. Появляется возможность сравнивать образовательные стандартизованные технологии различных ЗВО, а также проводить сравнительный анализ технологий обучения и выявлять из них лучшие и перспективные для дальнейшего применения в педагогической практике.

Отдельную группу задач, решаемых ГИС на рассматриваемом уровне, могут составить задачи ВАК Украины.

Выделенные задачи также можно решать на основе собранных данных с привязкой их к геоданным, и проводить геоинформационный анализ для принятия «взвешенных» решений по управлению научной деятельностью педагогов, аспирантов, отдельных исследователей и в целом коллективов ЗВО, научно-исследовательских учреждений т. д.

Задачи **четвертой группы,** к сожалению, на региональном уровне управления системой «высшая школа» Украины практически не решаются. В основном они носят воспитательный и организационный характер. Однако при организации взаимодействия баз данных и баз знаний всех уровней распределенной ГИС «высшая школа» Украины на региональном уровне могут решаться задачи, связанные со сбором, обобщением, хранением и предварительной обработкой данных, которые в дальнейшем будут использоваться для решения задач на уровне департаментов МОН Украины и собственно Министерства образования и науки.

Основу информационной модели данного уровня может составить географическая карта, где будут отображаться зоны распределения интеллектуальных ресурсов, по тем или иным специальностям подготовки бакалавров и магистров, размещение ЗВО разных уровней аккредитации, связи между вузами в масштабе региона и т. д. Кроме того, информационная модель может содержать сведения о распределении студентов по ЗВО и общежитиям, сведения о преподавании одинаковых специальностей в разных ЗВО, определение оптимального места проведения научных конференций и т. д.

**Пятая группа** задач решается в целях эффективного функционирования высших учебных заведений. Отметим здесь лишь некоторые задачи, которые могут решаться средствами ГИС на данном уровне поддержки принятия решений. На рисунке 4.9 видно, что к таким задачам можно отнести следующие:

– формирование схем земельных участков, занимаемых ЗВО;

– формирование схем инженерных коммуникаций;

– решение транспортных задач с целью доставки студентов, научно-педагогических работников и других сотрудников ЗВО к месту учебы и работы, а также обеспечения их безопасности на транспорте;

– формирование схемы расселения студентов по общежитиям (кампусам);

– выбор места проведения спортивных и культурных мероприятий;

– решение задач, связанных с электроснабжением, строительными работами, инженерными сетями и другим материально-техническим обеспечением ЗВО и т. д.

Подводя итоги, следует отметить, что создание – интеллектуальной системы поддержки принятия решений «высшая школа Украины» потребует уточнений и дополнений, предложенных концептуальных положений, а также разработки принципов сбора, обработки, хранения и использования информации на каждом уровне иерархии, распределенной ГИС. Значительные трудности могут возникнуть при разработке математических, эвристических и полуэвристических моделей процессов, явлений и сложных объектов управления, таких как заведения высшего образования.

В рамках этой тематики на кафедре защищены следующие магистерские и бакалаврские работы:

– *Пивовар О. М.* Розробка моделі просторового аналізу ефективності професійно-орієнтаційної роботи факультету.

– *Семеніхіна О. О*. ГІС-аналіз освітньої системи регіонального рівня.

– *Левківська А. П*. ГІС-аналіз системи вищої освіти міста Харків.

– *Соколова М. В*. Оцінка можливості використання даних сайту кафедри при вирішенні завдань управління в системі вищої освіти засобами ГІС.

В качестве примера использования возможностей ГИС в предметной области «защита окружающей среды» приведем результаты магистерской работы Е. С. Кутицкой, которая выполнила работу «Розробка моделі екологічного моніторингу заводу засобами ГІС» (2010 г.) и защитила ее на отлично.

Суть данной работы заключалась в том, чтобы оценить негативное влияние на жителей Харькова вредных веществ, продуцируемых производством кабеля на одном из действующих предприятий, производство которого находится непосредственно в границах города. В качестве исходных данных дипломница использовала топографический план завода и его снимок со спутника (рис. 4.10).

В качестве инструментальных средств оценивания в работе выбраны программные средства ArcGIS. Зная расположение предприятия в городе, его инфраструктуру, расположение производственных корпусов, а самое главное источников загрязнения воздуха, автор работы разрабатывает базу геоданных, в которую вносит предельно-допустимые нормы выбросов по различным вредным веществам. Причем учитывает розу ветров и высоты домов, прилегающих к предприятию. На рисунке 4.11 показана территория предприятия, санитарно-защитная зона и координаты источников загрязнения окружающей среды.

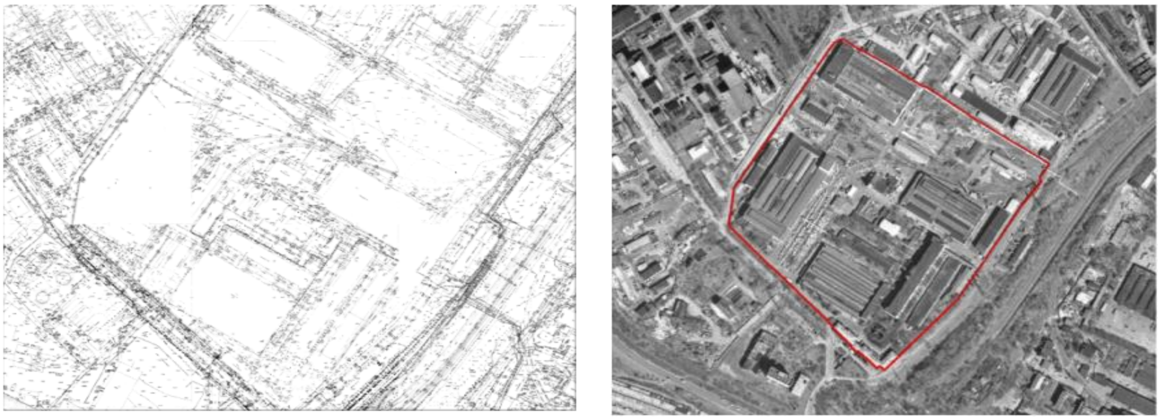


Рисунок 4.10 – Топографический план и снимок со спутника объекта исследования

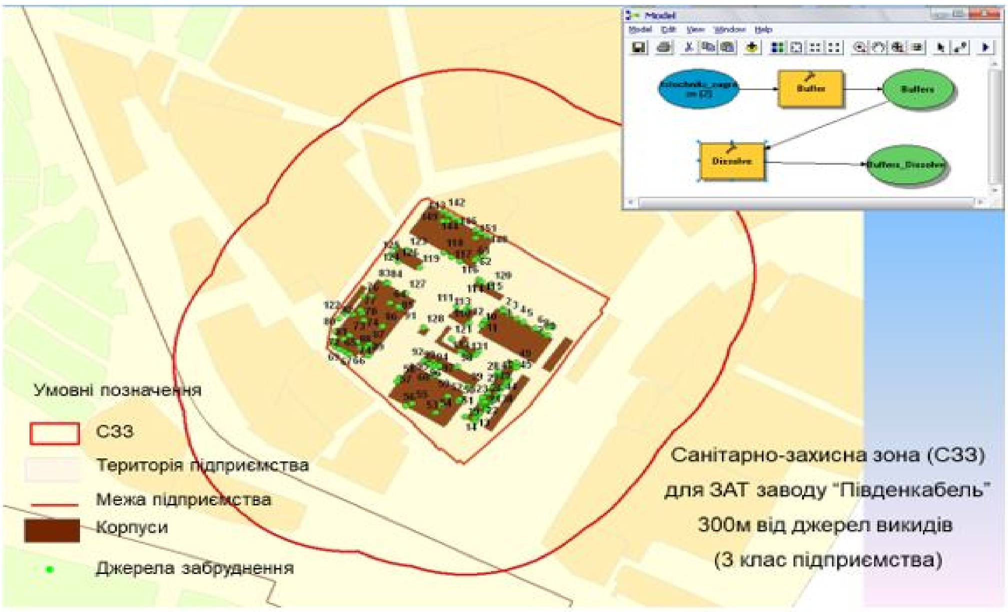



Рисунок 4.11 – Интегральный слой предприятия с санитарно-защитной зоной и источниками загрязнения окружающей среды

Исследование влияния различных вредных для человека химических веществ проводилось на различных высотах. Иллюстрация загрязнения воздуха диоксидом азота в приземном слое иллюстрируется рисунком 4.12.

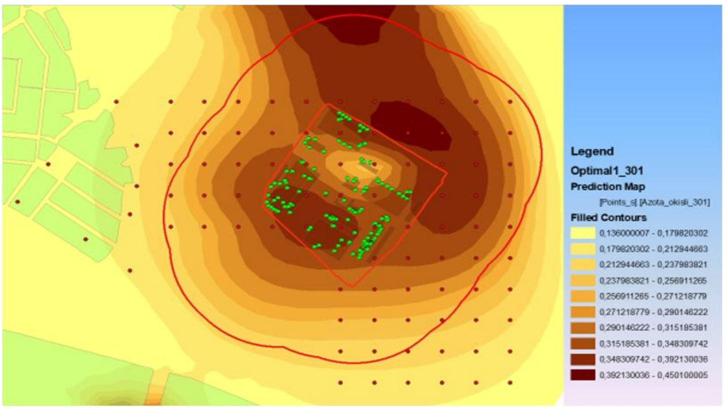



Рисунок 4.12 – Иллюстрация загрязнения диоксидом азота воздуха прилегающих к заводу территорий в приземном слое

Аналогичные модели построены и для других загрязняющих веществ. Окончательно построена модель (рис. 4.13), которая позволяет сделать вывод о том, что несмотря на санитарно-охраняемую зону предприятия и меры, принимаемые по фильтрации вредных веществ, существует нарушение предельно допустимых концентраций в воздухе винила хлористого и уксусной кислоты, которые вредно влияют на жителей домов, прилегающих к санитарной зоны предприятия с севера и юга.

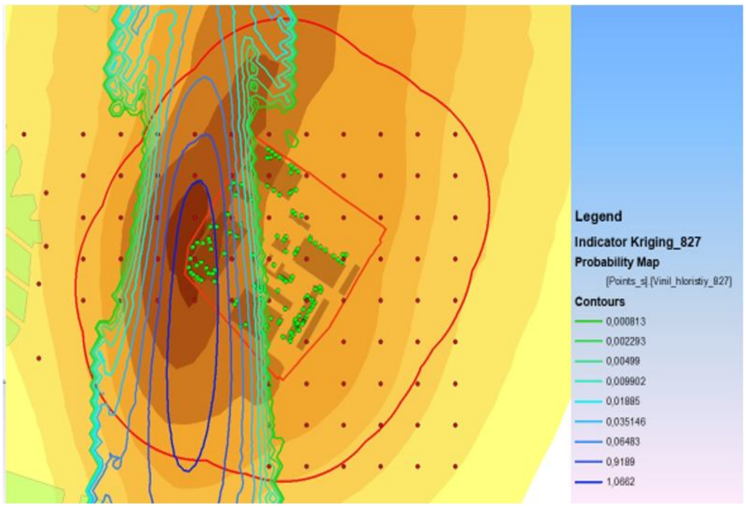



Рисунок 4.13 – Модель концентрации гранично допустимых значений вредных веществ в районе предприятия

Таким образом, вышеизложенное показывает, во-первых, что концепция построения геоинформационных систем основывается на географических представлениях, как формы Земли, так и ее структуры и содержания, во-вторых, Земля является сложной системой и между ее сферами, слоями, подсистемами и элементами существуют определенная иерархия, что дает возможность создания иерархических, распределенных, предметно-ориентированных ГИС. Примеры создания уже существующих глобальных ГИС, а также возможность решения частных задач во многих предметных областях обеспечивает студентов широким выбором тематики для написания бакалаврских и магистерских работ.

### 4.4 Обобщенная схема геоинформационной системы и основные виды ее обеспечения

При обосновании термина «ноогеоматика» в пп. 1.1 (см. рис. 1.3) показана связь наук о Земле с прикладными геоинформационными системами и технологиями. Воспользуемся методами системного анализа, в частности методами агрегирования, декомпозиции и научного обобщения и представим геоинформационную систему в самом общем виде (рис. 4.14).

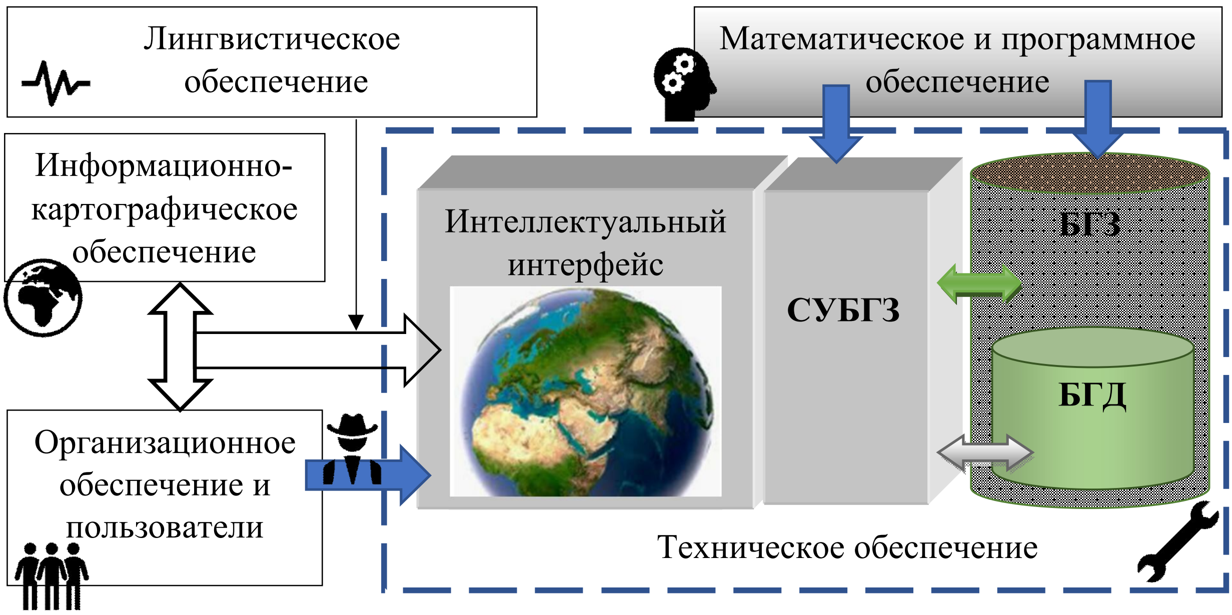



Рисунок 4.14 – Обобщенная структурная схема ГИС как сложной системы

Поясним суть каждого вида обеспечения ГИС.

*Техническое обеспечение* – комплекс технических средств, предназначенных для работы ГИС, а также соответствующие информационно-методические средства, обеспечивающие правильную эксплуатацию геоинформационной системы.

Основу комплекса технических средств составляют:

– современные компьютеры;

– устройства сбора, накопления и вывода информации;

– сетевые устройства;

– эксплуатационные материалы и т. д.

*Организационное обеспечение* – совокупность методов и средств, регулирующих взаимодействие работников с техническими средствами и между собой в процессе разработки и эксплуатации ГИС.

К обслуживающему персоналу относятся:

– администраторы системы;

– эксперты, носители знаний, которые являются оригиналом для создания моделей (геомоделей) представления геоданных и знаний о пространственно-распределенных объектах, заносимых в базу знаний;

– инженеры-геокогнитологи – посредники между экспертами и базой знаний, обеспечивающие отбор знаний у экспертов, создание и тестирование моделей знаний, и размещение их в базе геознаний;

– пользователи.

*Информационно-картографическое обеспечение* – совокупность единой системы классификации и кодирования информации, унифицированных систем документации, карт, схем информационных потоков, циркулирующих в ГИС, а также методы представления геоданных и геознаний в системе. Оно предназначено для формирования и выдачи достоверной информации для принятия решений.

*Лингвистическое обеспечение* – естественные и искусственные языки, а также средства их лингвистической поддержки (электронные словари, конкордансы и т. д.).

*Математическое и программное обеспечение* – совокупность математических методов, моделей, алгоритмов и программ для достижения целей и решения практических задач.

В математическом и программном обеспечении условно выделяют два класса – общее и специальное математическое обеспечение.

*Общее математическое обеспечение* поставляется вместе с ЭВМ и включает операционную систему (ядро математического обеспечения), например, Windows NT10, обеспечивающая работу компьютера с планшетами и смартфонами, Linux – имеет свободное ядро, обеспечивающее совместимость с другими операционными системами Ubuntu, Debian и др.

*Специальное математическое обеспечение* создается в процессе эксплуатации ЭВМ, при помощи которых реализуются алгоритмы решения прикладных задач, в том числе связанных с решением широкого круга геопространственных задач.

Именно к специальному математическому обеспечению относиться программная платформа ArcGIS, которая совместима как Windows NT10, так и Linux.

## 4.5 Моделирование данных и знаний

### 4.5.1 Модели представления данных в информационных и геоинформационных системах

Известно, что для любых информационных систем база данных является центральным компонентом. За время развития информатики понятие «База данных» претерпела значительные изменения. Очевидно, системное использование понятия «база данных» начинается с формирования и использования государственных стандартов Украины [9]. Воспользуемся этим стандартом и приведем здесь основные термины и определения, связанные с организацией и построением баз данных для того, чтобы на них в дальнейшем можно было опираться.

**Данные** – информация, представленная в формализованном виде, удобном для пересылки, интерпретации или обработки с участием человека или автоматическими средствами.

**Элемент данных** – единица данных, которые в определенных контекстах рассматривается как неделимая.

**Представление данных** – совокупность правил кодирования данных и образования конструкций данных в системе обработки данных.

Все данные в соответствии ГОСТ классифицируются по уровням.

**Внешний уровень** – все аспекты, которые касаются ориентированного на пользователя представления данных в явном виде на внешних интерфейсах системы обработки данных.

**Концептуальный уровень** – все аспекты, которые касаются интерпретирования информации и манипулирования информацией о проблемной сфере или пространстве сущностей в системе обработки данных.

**Логический уровень** – все аспекты, которые касаются данных и их структуры в системе обработки данных с точки зрения пользователя.

**Физический уровень (в базах данных)** – все аспекты, которые касаются фактической реализации структур данных в системах обработки данных.

**База данных** – совокупность взаимосвязанной данных, организованных согласно со схемой базы данных так, чтобы с ними мог работать пользователь.

В разделе «Объекты управления данными», рассматриваемого стандарта выделяют основные три вида баз данных: иерархическую, сетевую, реляционную. Каждая из этих баз данных использует соответствующие модели представления данных (рис. 4.15).

**Иерархическая база данных** использует модели, структура которой имеет некоторую иерархию и ее элементы связаны иерархическими отношениями.

*Иерархические отношения* – это отношения вхождения более простой единицы в более сложную. Это отношения целого и части т. е. отношения, характеризующие строение различных единиц.

**Сетевые базы данных** используют модели данных, представленных в виде сетей. Разница между иерархической моделью данных и сетевой состоит в том, что в иерархических структурах запись-«потомок» должна иметь в точности одного «предка», а в сетевой структуре данных у потомка может иметься любое число «предков».

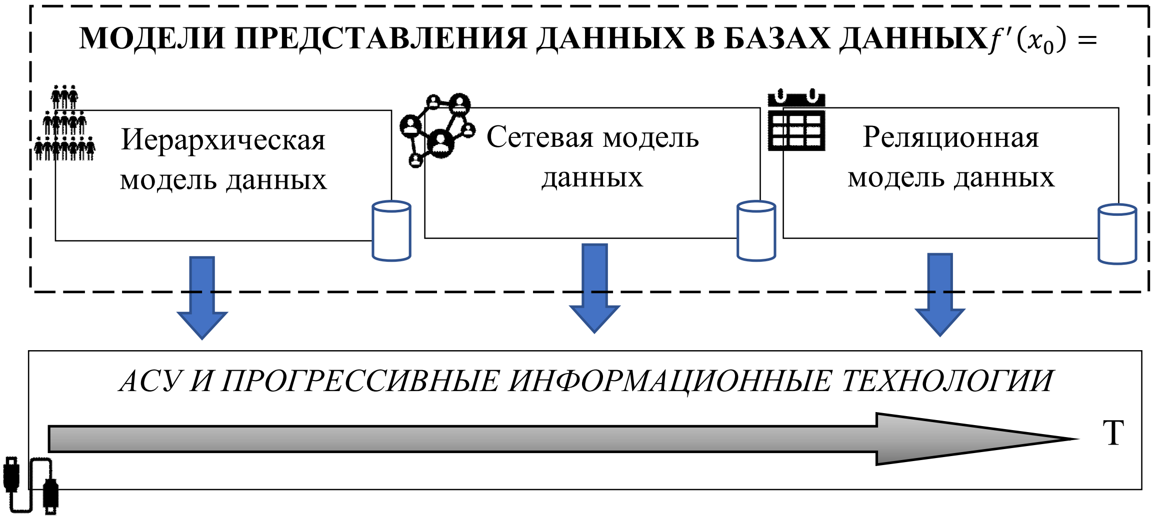



Рисунок 4.15 – Обобщенная схема использования различных моделей представления данных в АСУ и прогрессивных информационных технологиях

**Реляционные базы данных** строятся в основном на моделях между элементами которых существуют бинарные отношения, т. е. модели данных представляются в виде двумерных таблиц.

На рисунке 4.15 показано, что базы данных, использующие те или иные модели представления данных при решении задач автоматизации управления объектами или процессами, образуют некоторую прогрессивную информационную технологию в какой-либо предметной области.

*Модели представления данных в базах данных*

Организация данных в СУБД **иерархического типа** (см. рис. 4.15) определяется в терминах: элемент, агрегат, запись (группа), групповое отношение, база данных.

*Атрибут (элемент данных)* – наименьшая единица структуры данных. Обычно каждому элементу при описании базы данных присваивается уникальное имя. По этому имени к нему обращаются при обработке. Элемент данных также часто называют полем.

*Запись* – именованная совокупность атрибутов. Использование записей позволяет за одно обращение к базе получить некоторую логически связанную совокупность данных. Именно записи изменяются, добавляются и удаляются. Тип записи определяется составом ее атрибутов. Экземпляр записи - конкретная запись с конкретным значением элементов.

*Групповое отношение* – иерархическое отношение между записями двух типов. Родительская запись (владелец группового отношения) называется исходной записью, а дочерние записи (члены группового отношения) – подчиненными. Иерархическая база данных может хранить только такие древовидные структуры.

Корневая запись каждого дерева обязательно должна содержать ключ с уникальным значением. Ключи некорневых записей должны иметь уникальное значение только в рамках группового отношения.

Каждая запись идентифицируется полным сцепленным ключом, под которым понимается совокупность ключей всех записей от корневой по иерархическому пути.

При графическом изображении групповые отношения изображают дугами ориентированного графа, а типы записей – вершинами (диаграмма Бахмана).

**Сетевая модель данных** – логическая модель данных, являющаяся расширением иерархического подхода, строгая математическая теория, описывающая структурный аспект, аспект целостности и аспект обработки данных в сетевых базах данных (рис. 4.15).

К основным понятиям *сетевой модели базы данных* относятся: уровень, элемент (узел), связь.

Узел – это совокупность атрибутов данных, описывающих некоторый объект. На схеме иерархического дерева узлы представляются вершинами графа. В сетевой структуре каждый элемент может быть связан с любым другим элементом.

Сетевые базы данных подобны иерархическим, за исключением того, что в них имеются указатели в обоих направлениях, которые соединяют родственную информацию.

**Реляционная модель данных (РМД)** – логическая модель данных, прикладная теория построения баз данных, которая является приложением к задачам обработки данных таких разделов математики, как теория множеств (см. пп. 3.7.4), алгебры отношений (см. рис. 3.7.5) и формальных систем, в частности логики первого порядка.

Реляционная модель данных включает следующие компоненты:

– структурный аспект (составляющая) – данные в базе данных представляют собой набор отношений;

– аспект (составляющая) целостности – отношения отвечают определённым условиям целостности. Реляционная модель данных поддерживает декларативные ограничения целостности уровня домена (типа данных), уровня отношения и уровня базы данных;

– аспект (составляющая) обработки (манипулирования) – реляционная модель данных поддерживает операторы манипулирования отношениями (реляционная алгебра, реляционное исчисление).

Кроме того, при создании реляционных моделей данных используют теорию нормализации.

*Модели представления пространственных данных в базах геоданных*

В процессе развития теоретико-методологических основ построения интеллектуальных информационных технологий получили развитие геоинформационные системы и технологии. Их основу составляют базы геоданных, которые имеют особенности представления пространственных характеристик объекта.

В геоматике различают модель пространственного объекта (цифровую модель местности) и модели представления данных этого объекта. Под пространственным объектом понимают цифровое представление некоторого объекта реальности, включающее координатную привязку (описание геометрии) и набор атрибутов (текстовых и численных характеристик). В современных ГИС обычно используются следующие базовые типы пространственных объектов (см. рис. 4.16).

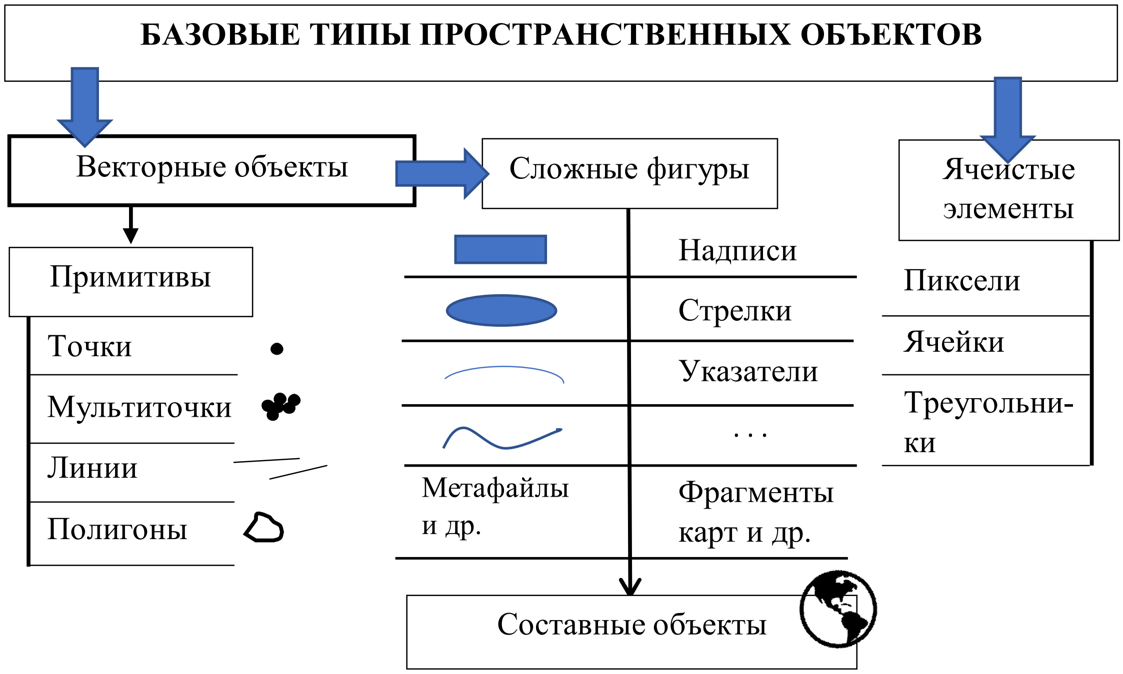



Рисунок 4.16 – Базовые типы пространственных объектов

Под моделью геоданных в геоматике понимают процедуру описания однотипных пространственных объектов, включая способ описания отдельных объектов, топологических отношений между ними, а также дополнительных знаний о всей совокупности объектов в модели.

Все множество моделей пространственных данных делится на две большие группы – векторные и ячеистые модели (рис. 4.17).

*Векторные модели* предназначены для описания совокупностей отдельных объектов, например границ рек, озер, контуров зданий, осей дорог и инженерных коммуникаций. В векторных моделях каждый объект задаётся некоторым набором координат на плоскости или в пространстве, а также совокупностью атрибутов.

В векторных нетопологических моделях все объекты являются полностью независимыми друг от друга и могут произвольно размещаться в пространстве.

Векторные топологические модели состоят из собственно описания отдельных объектов, а также из описаний топологии – отношений отдельных объектов между собой. Наиболее распространёнными топологическими моделями являются линейно-узловая модель (покрытие) и транспортная сеть.

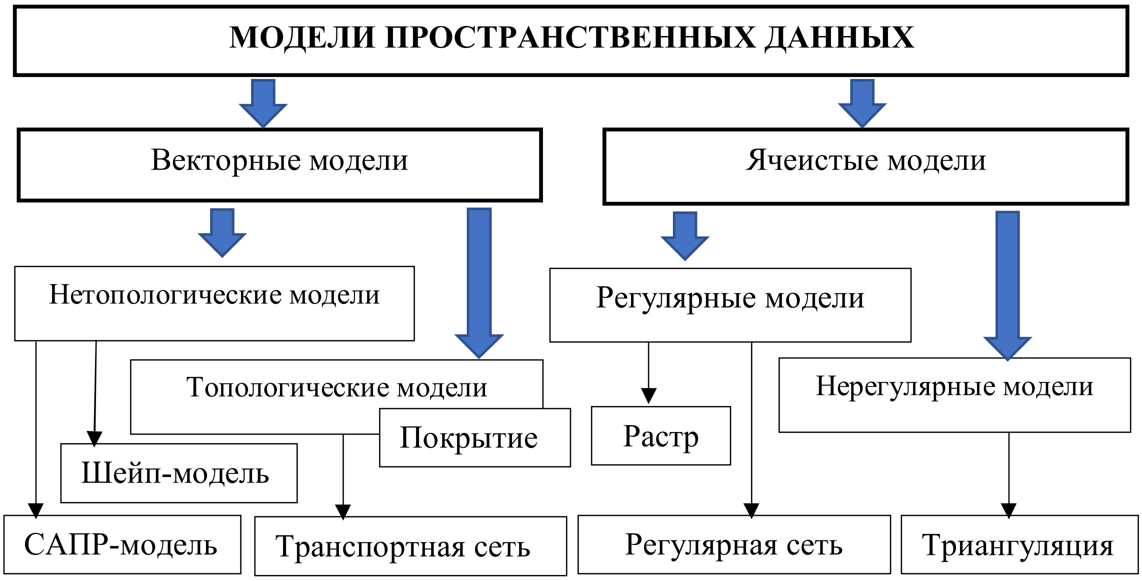



Рисунок 4.17 – Схема моделей пространственных данных

*Ячеистые модели* описывают непрерывные поля данных, такие как фотоснимки местности, поля загрязнений окружающей среды, высотных отметок (рельеф). В ячеистых моделях некоторый участок территории неразрывно разбивается на одинаковые (прямоугольники в растровой или треугольники в регулярной модели) или различные фрагменты (треугольники в нерегулярной триангуляционной модели), каждый из которых описывается своим набором атрибутов.

В свою очередь, векторные модели подразделяются на нетопологические и топологические, а ячеистые на регулярные и нерегулярные.

Группу нетопологических моделей составляют шейп и САПР модели, а группу топологических – покрытие и транспортные сети.

Группу регулярных составляют модели, построенные на основе растрового метода и создания регулярной сети, а к нерегулярным моделям относятся те, которые построены на основе триангуляционного метода (рис.4.17).

В геоинформационных системах все данные организуются в логические группы (тематические), называемые слоями, которые, в свою очередь, группируются в карты.

*Слой карты* (тема) – совокупность однотипных пространственных объектов, определенных в одной модели данных на общей территории и в общей системе координат.

*Карта в ГИС* – совокупность различных слоёв, определённых на общей территории и в общей системе координат.

Обобщая вышесказанное, проиллюстрируем процесс создания электронных карт в геоинформационных системах рисунком 4.18.

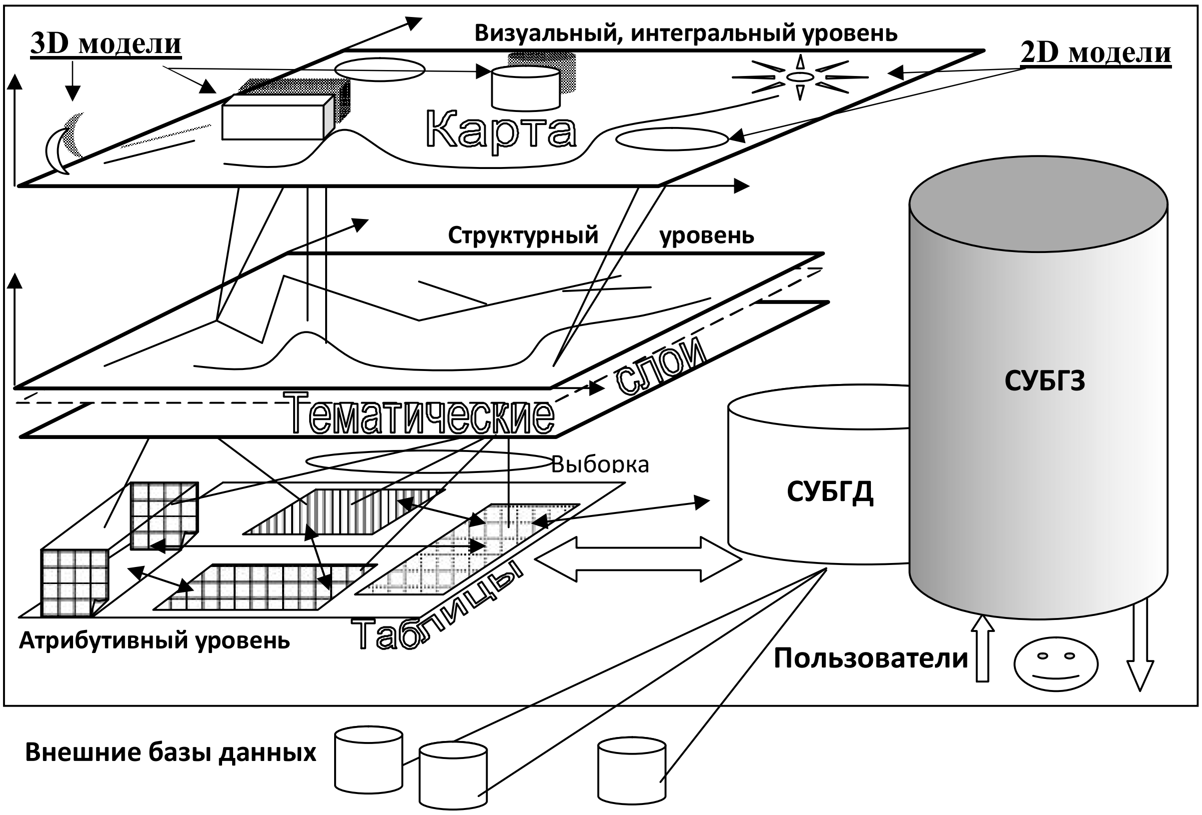



Рисунок 4.18 – Обобщенная схема создания электронных карт

Последние разработки в геоматике, а именно представление динамических пространственных объектов моделями в виде квадродеревьев, иерархическими сетями, позволяет утверждать, что современные геоинформационные системы обладают элементами искусственного интеллекта. Этот факт показан на рисунке 4.19. Данный рисунок сформирован по аналогии с рисунком 4.15 и показывает, что в перспективе можно будет говорить о базах геознаний и интеллектуальных геоинформационных системах и технологиях.

Таким образом, в данном подразделе настоящего пособия приведены основные сведения о моделировании данных, что является основой создания баз данных и геоданных. Кроме того, показаны перспективы развития баз геоданных и построение на их основе интеллектуальных геоинформационных технологий.

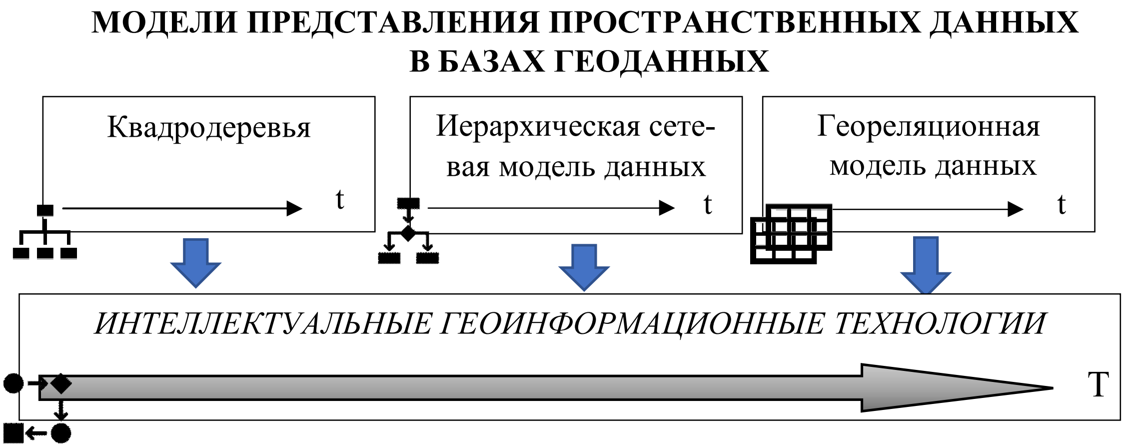



Рисунок 4.19 – Обобщенная схема использования процедур создания пространственных моделей в интеллектуальных геоинформационных технологиях

В следующем подразделе продолжим рассмотрение перспектив интеллектуализации ГИС и технологий.

### 4.5.2 Модели представления знаний в интеллектуальных информационных и геоинформационных системах

*Моделирование знаний в интеллектуальных информационных системах*

Мысли о моделировании знаний возникли давно, однако моделирование знаний стало возможным после создания в 40-х гг. XX в. электронно-вычислительных машин и появления в двадцатом столетии такой науки, как кибернетика. Термин «искусственный интеллект» предложен в 1956 г. на семинаре с аналогичным названием в Станфордском университете (США).

Экспертные системы, разрабатываемые в 1970–1980 годах были первыми интеллектуальными системами, которые строились на основе баз знаний, наполненных моделями знаний экспертов. Так как потребность в создании и использовании экспертных систем в различных предметных областях, например, в военном деле, медицине, транспорте, экономике и т. д. возрастала, то требовались логико-математические основы создания моделей представления знаний. Первые экспертные системы в качестве базы знаний использовали хорошо известные логические исчисления, методы и законы (modusponens, modustollens), например, логику высказываний и исчисление предикатов.

С развитием теоретико-методологических основ создания интеллектуальных систем, которые объединили в себе такие понятия, как экспертные системы, системы поддержки принятия решений, советующие системы, самообучающиеся системы, гипертекстовые системы и т. д. (см. ДСТУ 2481-94), расширяется логико-математическая и эвристическая база моделирования знаний [8]. Приведем несколько базовых определений из этого стандарта.

**Модель представления знаний (модель знаний**) – совокупность правил представления, описания и порождения знаний в базе знаний.

**Концептуальная модель знаний (концептуальная модель)** – модель, состоящая из перечня всех понятий, используемых для описания некоторой предметной области, вместе с их свойствами, характеристиками, классификацией этих понятий по типам, ситуациям, признакам в данной области и законов протекания в ней процессов.

**Логическая модель знаний (логическая модель)** – модель представления знаний, в основе которой лежит формальная система.

**Модель предметной области** – формализованное описание объектов и понятий предметной области и соотношений между ними.

Напомним суть моделирования знаний эвристическими методами, а именно продукционными системами (правилами), семантическими сетями и фреймами.

*Продукционные системы*

В основу продукционных систем положены продукционные правила, которые описывают знания в форме «ЕСЛИ условие, ТО действие». Простота и наглядность этого способа представления знаний обусловила его применение во многих информационных и информационно-управляющих интеллектуальных системах.

При организации базы знаний в виде продукционной системы в ее состав входят элементы, которые проиллюстрированы на рисунке 4.20.

Здесь *база правил* – это область памяти ПК, которая содержит совокупность знаний, представленных в виде правил «**ЕСЛИ** условие, **ТО** действие». Эти правила могут содержать несколько условий, соединенных связками «**И**» и «**ИЛИ**», например, «**ЕСЛИ** условие $C_1$**И** условие $C_2$ ,**ТО** действие $A$».

*Интерпретатор* определяет, каким образом применять правила для вывода новых знаний, а диспетчер устанавливает порядок применения этих правил. Эти два взаимосвязанных элемента базы знаний называют *механизмом вывода*, который обеспечивает эффективное использование знаний о предметной области.

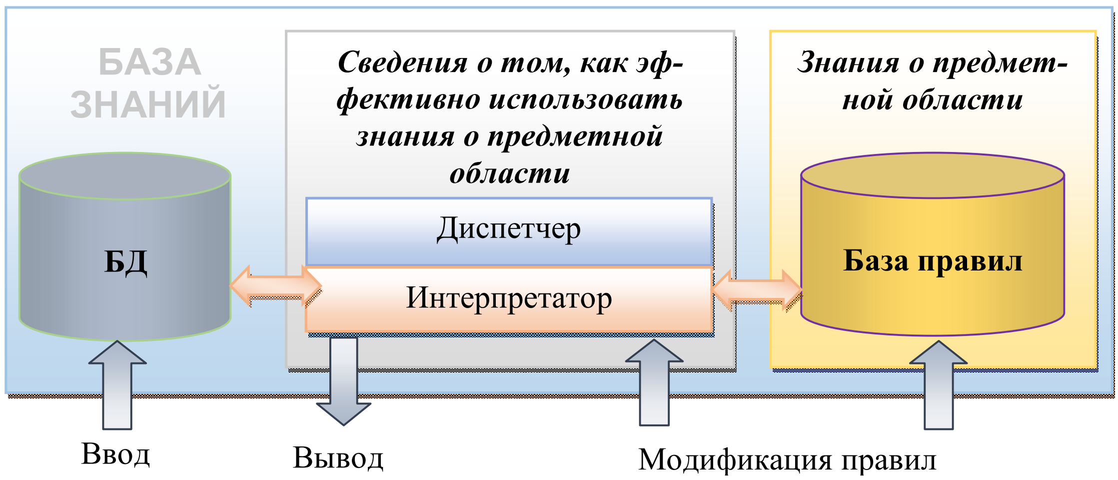



Рисунок 4.20 – Состав базы знаний, основанной на продукционной системе

Поясним правила вывода в системе продукций, опираясь при этом на определение прямого вывода, приведенное в стандарте ДСТУ 2481–94.

*Прямой вывод* – стратегия вывода, при которой вывод производится от исходных посылок к целевому заключению.

На рисунке 4.21 проиллюстрирована суть вывода в продукционных системах при помощи И/ИЛИ графа.

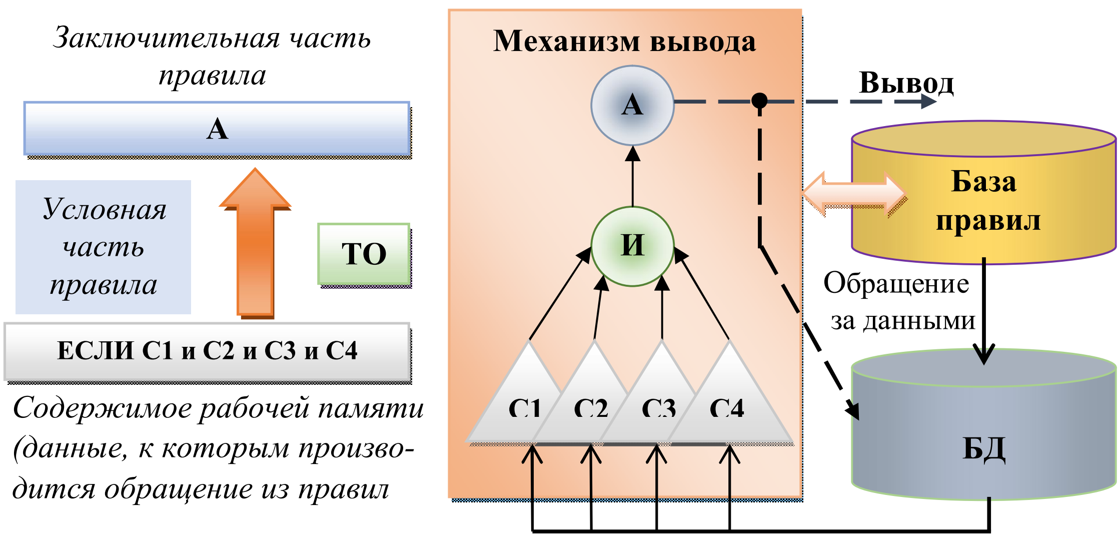



Рисунок 4.21 – Иллюстрация вывода в продукционной системе

Здесь правила представляют собой отношение вывода, установленное между содержимым рабочей памяти, ссылка на которое осуществляется из условной части, и содержимым, указываемым в заключительной части правил.

На практике при использовании систем продукций, состоящих из нескольких правил в условной их части (по необходимости), применяют связки ИЛИ. Процесс получения заключения, выводимого с помощью двух правил, проиллюстрирован на рисунке 4.22.

В итоге вывод, полученный с помощью системы продукций, можно представить совокупностью правил, обеспечивающих получение отдельных заключений, и данных, на основании которых делается вывод.

С помощью графов И/ИЛИ обратный вывод можно представить как задачу поиска пути на этом графе.

*Обратный вывод* – стратегия вывода, при котором вывод производится путем подбора подходящих посылок под заданное заключение (ДСТУ 2481–94).

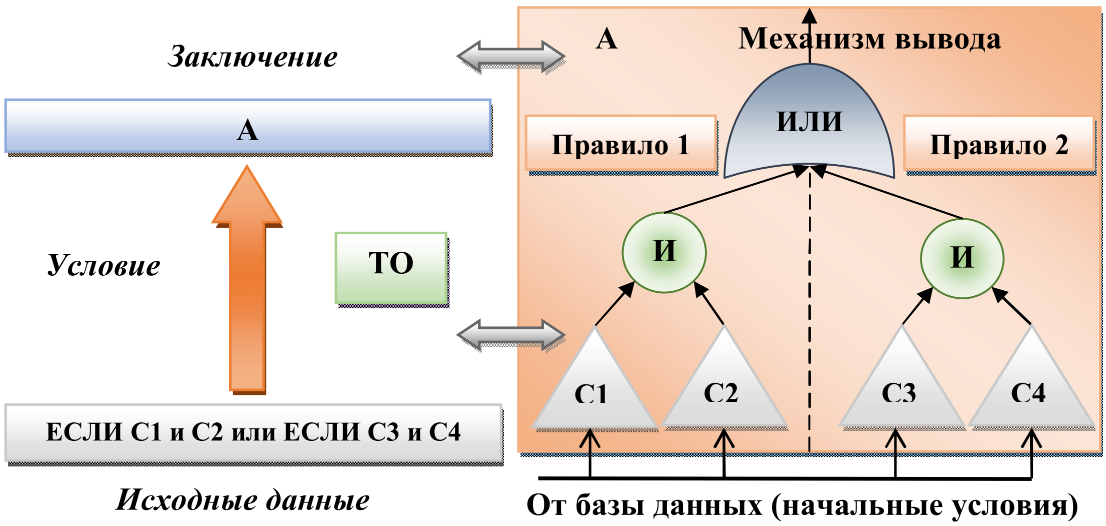



Рисунок 4.22 – Заключение, выводимое с помощью двух правил

Для подтверждения одной посылки из всех связей ИЛИ, определенных по отношению к узлам графа, соответствующим этой посылке, выбирается одна, и делается попытка подтвердить все узлы, являющиеся предусловиями.

Важным моментом эффективного функционирования продукционной системы является организация управления выводом, которую осуществляет диспетчер базы знаний (рис. 4.20). Известно два метода управления выводом. Первым является метод с использованием так называемых метаправил, под которыми понимаются правила более высокого уровня, которые обеспечивают диспетчеризацию использования основной системы правил.

Второй метод отличается от первого тем, что правила предварительно группируются по атрибутам (заключительная часть правила). Для каждой группы указывается условие (форма которого аналогична условной части правила), которое формируется из частных условий. Затем производится поиск возможности применения правила только из той группы, в пределах которой выполняется это условие, либо указывается группа с помощью заключительной части правила и принимается решение допускать или запрещать применение правила этой группы.

### *Семантические сети*

Представление знаний, базирующихся на аппарате семантических сетей, состоит в том, что предметная область рассматривается как совокупность объектов (сущностей, понятий) и связей (отношений) между ними. Понятие «семантическая сеть» стандартизовано и имеет следующее определение.

*Семантическая сеть* – модель представления знаний посредством сети узлов, связанных дугами, где узлы соответствуют понятиям или объектам, а дуги – отношениям между узлами.

Научными основами представления знаний семантическими сетями являются методы теории графов. Аппарат семантических сетей оперирует такими же или аналогичными понятиями. Кроме того, при организации вывода на семантических сетях используются разрезания и склеивания графов. По аналогии с графами семантические сети могут представляться матрицами смежности и инцидентности. Древовидные графы аналогичны ветвям наследования в семантических сетях. В большей степени этот математический аппарат можно использовать для представления знаний однородными семантическими сетями, где ребра (дуги) соответствуют однотипным отношениям. Семантические сети, ребра (дуги) которых соответствуют разным отношениям, называются неоднородными. Семантическую сеть вершины, которой имеют собственную структуру, называют иерархическими.

В обобщенном виде база знаний, построенная на моделях в виде семантических сетей, иллюстрируется рисунком 4.23.

Преимуществами семантических сетей как средства представления знаний являются их большие выразительные возможности, естественность и наглядность системы знаний, представленной графически, близость структуры сети, семантической структуре фраз естественного языка. Кроме того, аппарат семантических сетей имеет хорошо апробированную научную базу в виде теории графов.

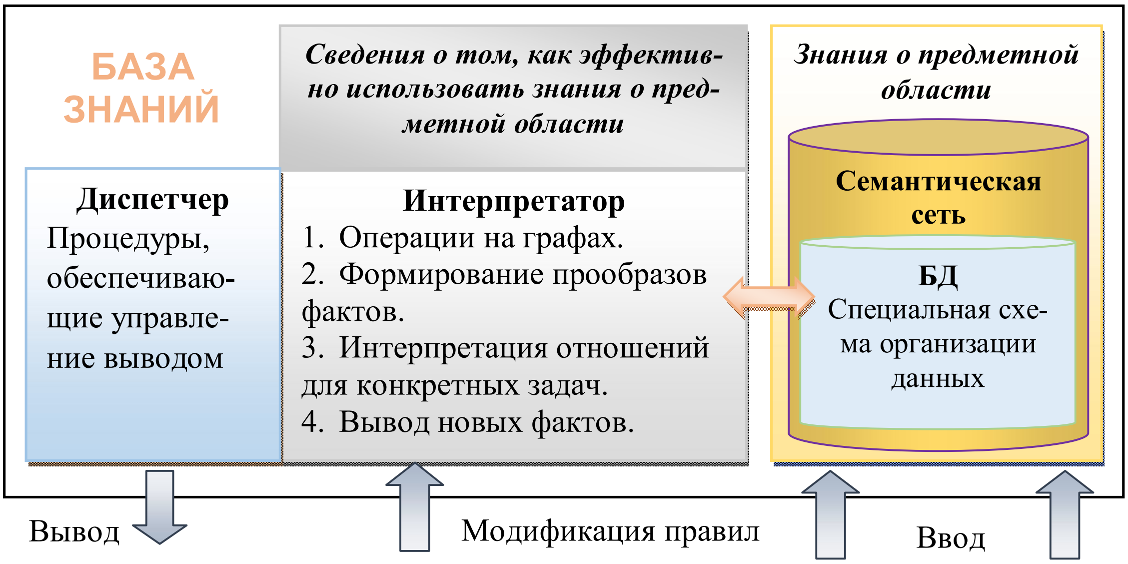



Рисунок 4.23 – Обобщенная схема базы знаний, основанной на семантической сети

К недостаткам можно отнести отсутствие строгих общих правил манипулирования знаниями, что требует разработки специальных эвристик для каждой конкретной задачи. Это замечание справедливо для сложных неоднородных и иерархических семантических сетей.

*Фреймы*

Стремление объединить достоинства продукционных систем и семантических сетей для представления знаний привело к созданию теории фреймов. Ее автор определяет фрейм как структуру данных или некоторый образ, который позволил бы путем изменения в ней отдельных деталей сделать ее пригодной для понимания более широкого класса явлений или процессов. В настоящее время основные понятия теории фреймов стандартизованы и приведены в работе в ДСТУ 2481–94.

*Фрейм* – модель представления знаний, которая при заполнении ее элементов-слотов определенными значениями превращается в описание конкретного факта, события, процесса.

*Слот* – составная часть фрейма, которая должна быть заполнена элементом данных определенного типа.

Фреймовая структура данных предназначена для представления некоторой стандартной ситуации. Фрейм обычно соответствует представлению общего понятия с классификационной иерархической структурой. Пример такой структуры приведен на рисунке 4.24.

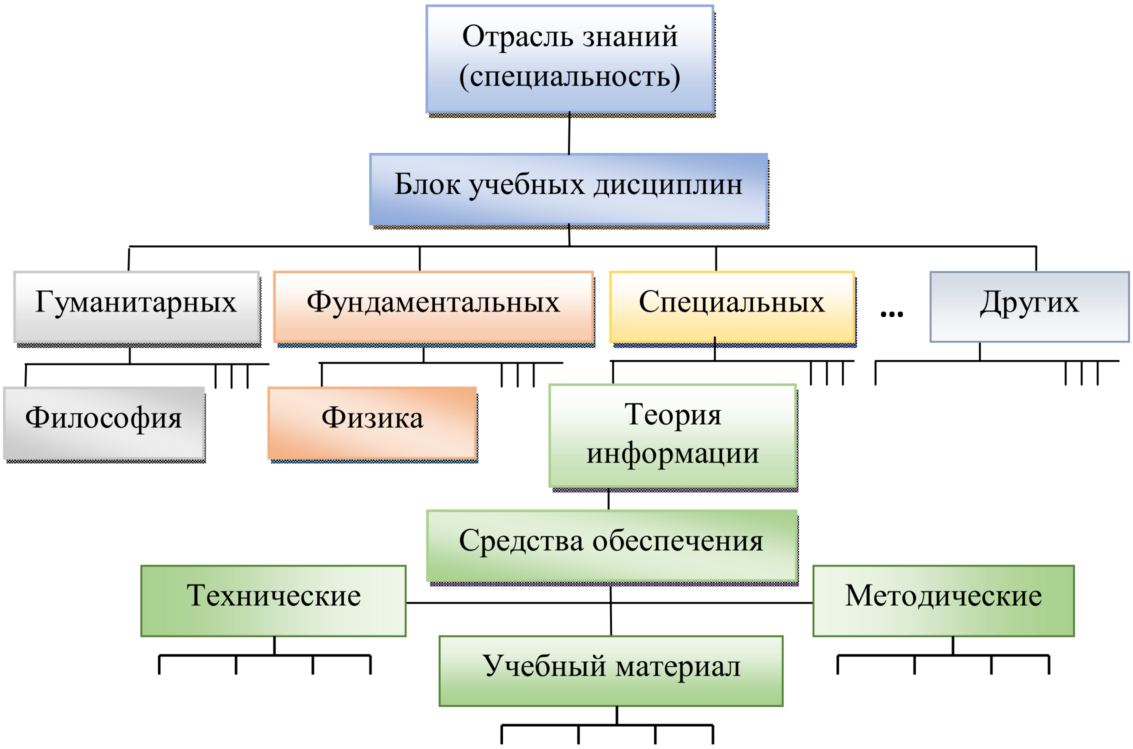



Рисунок 4.24 – Пример классификационной иерархической структуры

Особенность такой иерархической структуры заключается в том, что информация об атрибутах, которую содержит фрейм верхнего уровня, совместно используется всеми фреймами нижнего уровня, связанных с ним.

Рассмотрим составные элементы фрейма-прототипа, предварительно определив два важных стандартизованных понятия.

*Фрейм-экземпляр* – фрейм-прототип, у которого значения всех слотов являются константами.

*Фрейм-прототип* (протофрейм) – фрейм, у которого в части слотов или во всех слотах отсутствуют константные значения.

Представим фрейм в виде таблицы (рис. 4.25), которая имеет название - уникальное имя.

*Имя фрейма* – это идентификатор, присваиваемый фрейму. Оно должно быть единственное в данной фреймовой системе (уникальное имя). Каждый фрейм состоит из произвольного числа слотов. В их число входят служебные слоты, указывающие фрейм-родитель данного фрейма, слот – указатель дочерних фреймов, слот для ввода имени пользователя, даты изменения, текста комментария и другие слоты. Каждый слот может быть представлен определенной структурой данных.

**Имя фрейма**

| Имя слота | Указатель наследования | Указатель типа данных | Значение слота | Демон |
|---|---|---|---|---|
| Слот 1 | | | | |
| Слот 2 | | | | |
| … | … | … | … | … |
| Слот n | | | | |

Рисунок 4.25 – Структура фрейма

*Имя слота* – это идентификатор, присваиваемый слоту, имеющий уникальное имя в структуре фрейма. Имя слота не несет смысловой нагрузки и является лишь идентификатором данного слота, за исключением служебных, которые используются при редактировании базы знаний и управлении выводом.

*Указатели наследования* используются только во фреймовых системах иерархического типа, основанных на отношениях «абстрактное – конкретное». Они показывают, какую информацию об атрибутах во фрейме верхнего уровня наследуют слоты с такими же именами во фрейме нижнего уровня.

*Указатель типа данных* показывает, какой тип данных имеет слот (численные значения, текст, присоединенная процедура, имя другого фрейма и др.).

*Значение слота* соответствует конкретным данным (информации). Значение слота должно совпадать с указанным типом данных этого слота. Кроме того, должно выполняться условие наследования.

*Демоном* называется процедура, автоматически запускаемая при выполнении определенных условий. Демоны запускаются при обращении к соответствующему слоту. Например, если в момент обращения к слоту его значение не было установлено, при подстановке в слот значения и др. демон является разновидностью присоединенной процедуры.

Важную роль в организации управления выводом играют присоединенные процедуры, которые могут размещаться в слоте в качестве его значения и осуществлять функцию приема (передачи) сообщений от фрейма к фрейму. Кроме того, она может инициировать в других фреймах присоединенные процедуры типа «вычислить», «отправить» и др.

Во фреймовых системах используются несколько способов управления выводом: присоединенные процедуры, демон и служебные процедуры, механизм наследования.

Наиболее экономичным способом управления выводом является механизм наследования, при помощи которого осуществляется автоматический поиск и определение значений слотов фрейма верхнего уровня и присоединенных процедур служебного типа. В данном случае экономится память и сокращается объем работ при программировании.

Эффективным также является способ объединения демона и служебных процедур, при помощи которого можно рационально организовать любой механизм управления выводом.

Базу знаний, в основу которой положена фреймовая система, можно представить в виде обобщенной схемы, приведенной на рисунке 4.26.

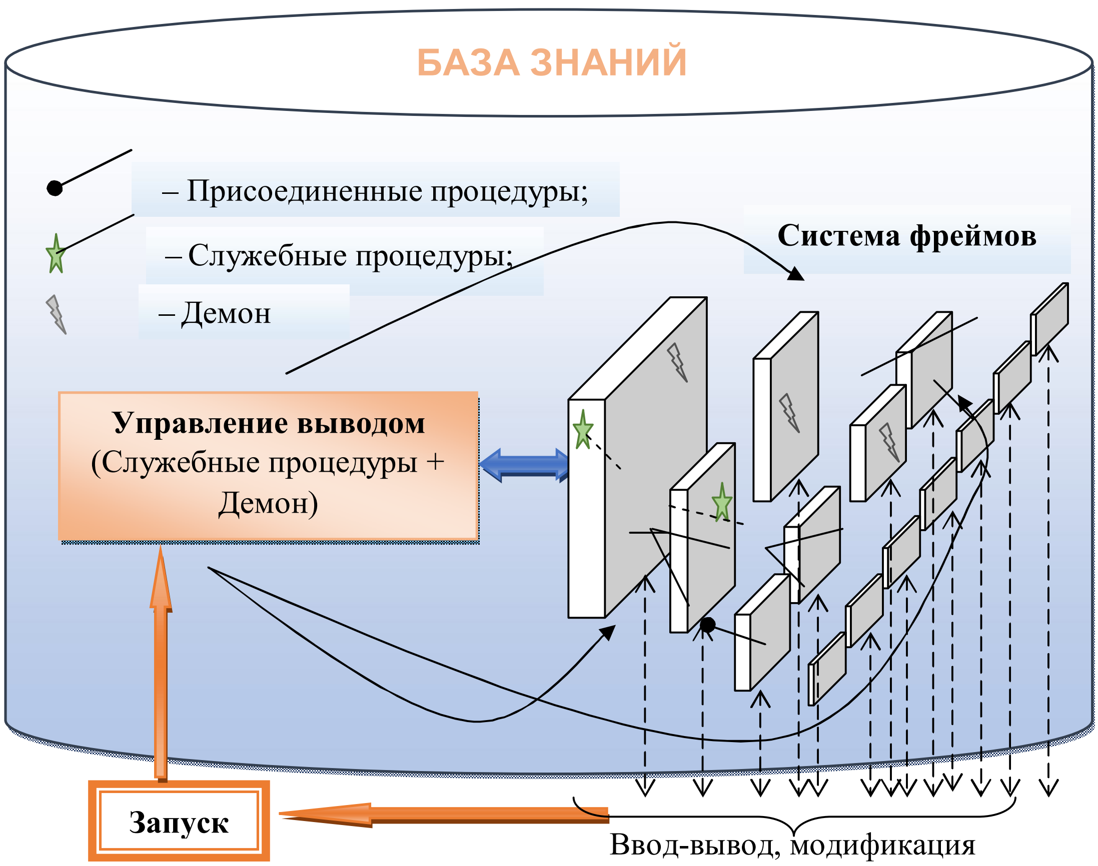



Рисунок 4.26 – Обобщенная схема базы знаний, основанная на фреймах

Преимуществом фреймового представления знаний является естественность описания предметной области и многообразие возможных представлений. Однако при организации больших баз знаний со сложными взаимосвязями возникают трудности описательного характера.

*Сходство и различие методов представления знаний*

Очевидно, что методы представления знаний, с одной стороны, различны, с другой, они имеют много общего, и их различия носят концептуальный характер.

Можно заметить, что логика высказываний и предикатов имеет много общего с продукционными правилами. По существу, правило продукции, интерпретируя его предложением логики предикатов, можно заменить на предикаты. Каждую дугу семантической сети можно задать предикатами как отношения между сущностями (концептами), которые описывают вершины на концах дуги.

Возможность описания некоторого представления, полученного одним из методов, означает, что эти представления являются равнозначными и их можно заменить другими методами представления. Однако это не означает, что такие методы представления, как продукционные правила, логика предикатов, семантические сети, позволяют получать равнозначные системы представлений. Это объясняется тем, что в основе формализации лежат различные теоретические системы, оказывающие негативное влияние на организацию выводов новых фактов (знаний).

Концепция представления знаний в виде фреймов является частным случаем представления знаний семантическими сетями. Поэтому сходство системы фреймов с семантической сетью очевидно. Кроме того, возможность использовать при управлении выводом присоединенных процедур позволяет их представлять продукционными правилами.

*Моделирование знаний в интеллектуальных геоинформационных системах*

Рассмотренные выше модели представления знаний широко используются в информационных интеллектуальных системах. Пространственные данные, модели которых используются в базах геоданных, обусловливают специфику (см. рис. 4.17) представления геознаний в интеллектуальных геоинформационных системах. Кроме того, стандартизованное определение (см. ДСТУ 2481–94) термина «модель представления знаний) дает основание называть геоинформационные системы – геоинформационными системами с элементами искусственного интеллекта.

Обратимся к рисунку 4.19, где показано, что иерархическая модель данных в базах геоданных может быть представлена процедурой построения квадродерева, которая аналогична процедуре построения фрактала, получившего название «коврик Серпинского». Одним из основных свойств фракталов является свойство самоподобия, которое может быть использовано при построении алгоритмов масштабирования электронных карт. Суть представления «плоских» данных в виде процедур построения квадродерева и пространственных данных в виде октодеревьев иллюстрируется рисунками 4.27 и 4.28. Данные процедуры используются в настоящее время в геоинформационной системе 2ГИС.

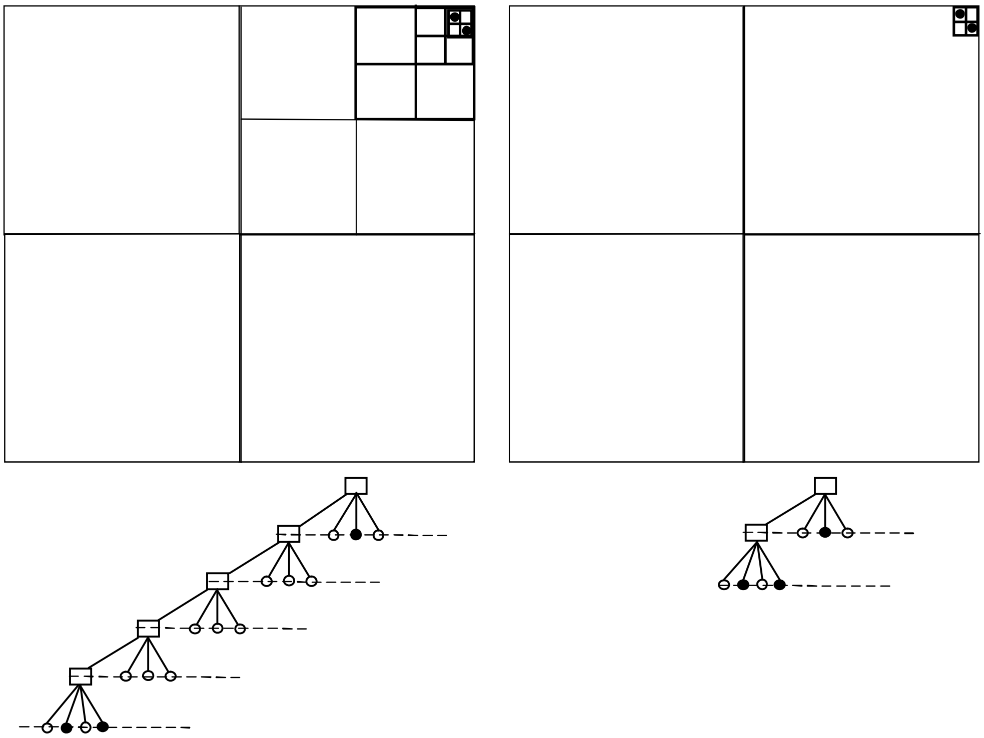


Рисунок 4.27 – Представление геоданных процедурой построения квадродерева

Аналогию процедур перебора вершин квадратов (пиксел) можно найти в забытой игре «пятнашки», созданной в 1878 г. Ноем Чепаном, а процедуру поиска решений на октодеревьях в реализации «Алгоритма Бога» при сборе головоломки «кубик Рубика» (1974 г.). Ученые определили, что при помощи «Алгоритма Бога» кубик Рубика может быть собран из произвольного состояния, а таких состояний может быть $4{,}325 \times 10^{19}$ , за 20 ходов [10].

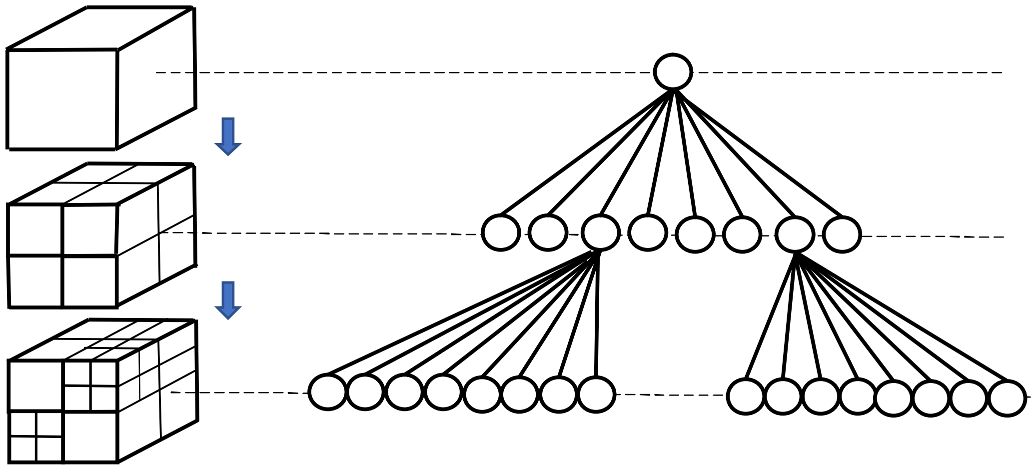


Рисунок 4.28 – Представление геоданных процедурой построения октодродерево

По своей сути приведенные процедуры эвристического поиска решений легли в основу создания теории искусственного интеллекта. Поэтому их можно считать элементами представления знаний в базе геознаний.

Иерархическую сетевую модель данных (рис. 4.19) будем интерпретировать как набор некоторых эвристических процедур, которые позволяют в геоинформационных системах добиться реалистичности изображения на экране монитора. Например, это процедура создания полигональной сетки на гладкой поверхности (см. рис. 4.29).

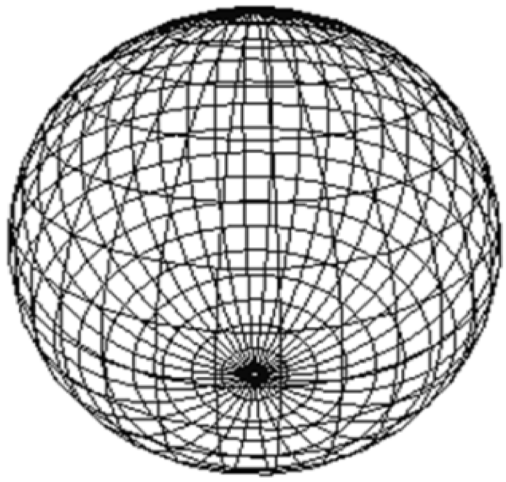


Рисунок 4.29 – Каркасная аппроксимация сферы

Кроме того, «арсенал» методов компьютерной графики имеет множество процедур визуализации реалистичных изображений. Приведем пример визуализации физической поверхности земли в районе г. Харьков с его рельефом (рис. 4.30).

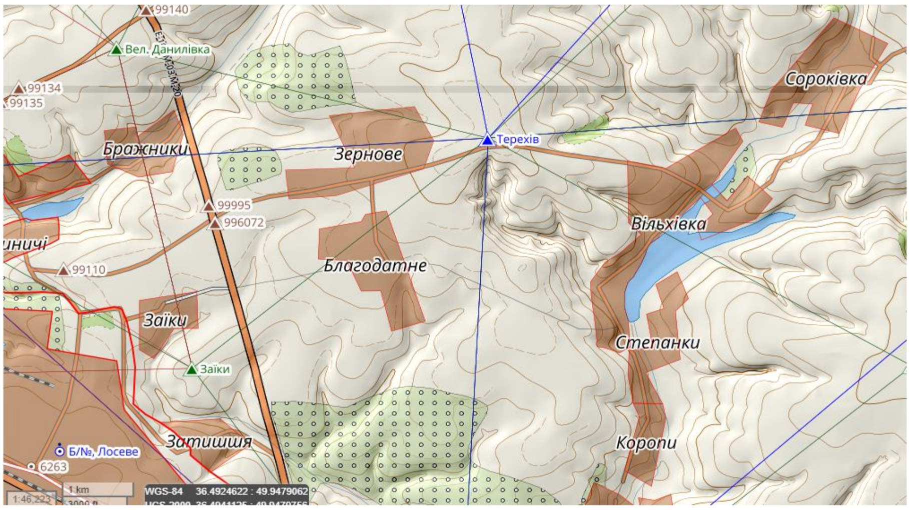



Рисунок 4.30 – Фрагмент карты с визуализацией рельефа местности

Одним из методов построения реалистичной трехмерного поверхности земли является методы фрактальной геометрии. Пример реализации алгоритма Diamond-Square, который генерирует изображение фрагмента земной поверхности, иллюстрируется рисунком 4.31.

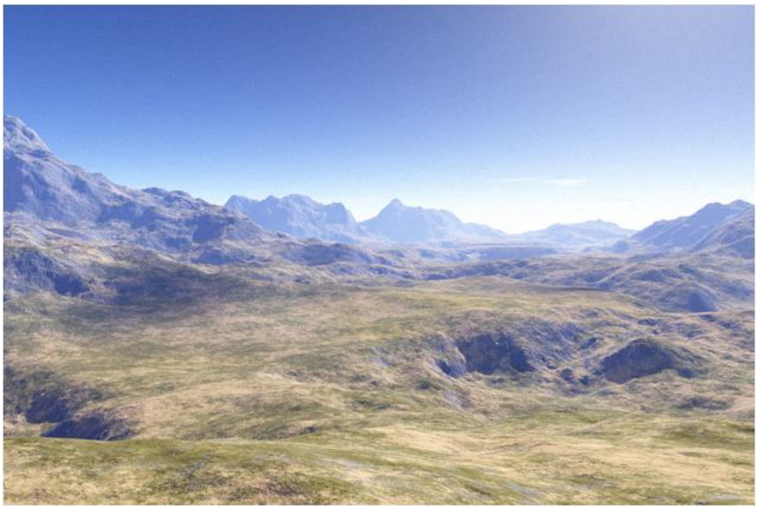


Рисунок 4.31 – Фрагмент земной поверхности, сгенерированный на основе методов фрактальной геометрии

Обратимся еще раз к рисунку 4.19, где показаны модели представления пространственных данных, а именно геореляционная модель данных. Суть этой модели заключается в раздельном хранении значений координат и атрибутивных данных. Она основана на геометрическом типе объекта и отображает мир в виде наборов примитивов – точек, линий и полигонов.

Подводя итог изложенному материалу о процедурах моделирования знаний в геоинформационных системах, следует отметить, что интеллектуальность геоинформационных систем определяется не эвристическими и полу эвристическими моделями и процедурами, описанными выше, а наличием вопросно-ответной системы и реализацией логического вывода. К сожалению, современные геоинформационные системы не обладают такими возможностями.

Можно предположить, что развитие геоинформационных систем пойдет по пути интеллектуализации в части, касающейся создания в составе ГИС подсистем поддержки принятия решений, как это показано на рисунке 4.32.

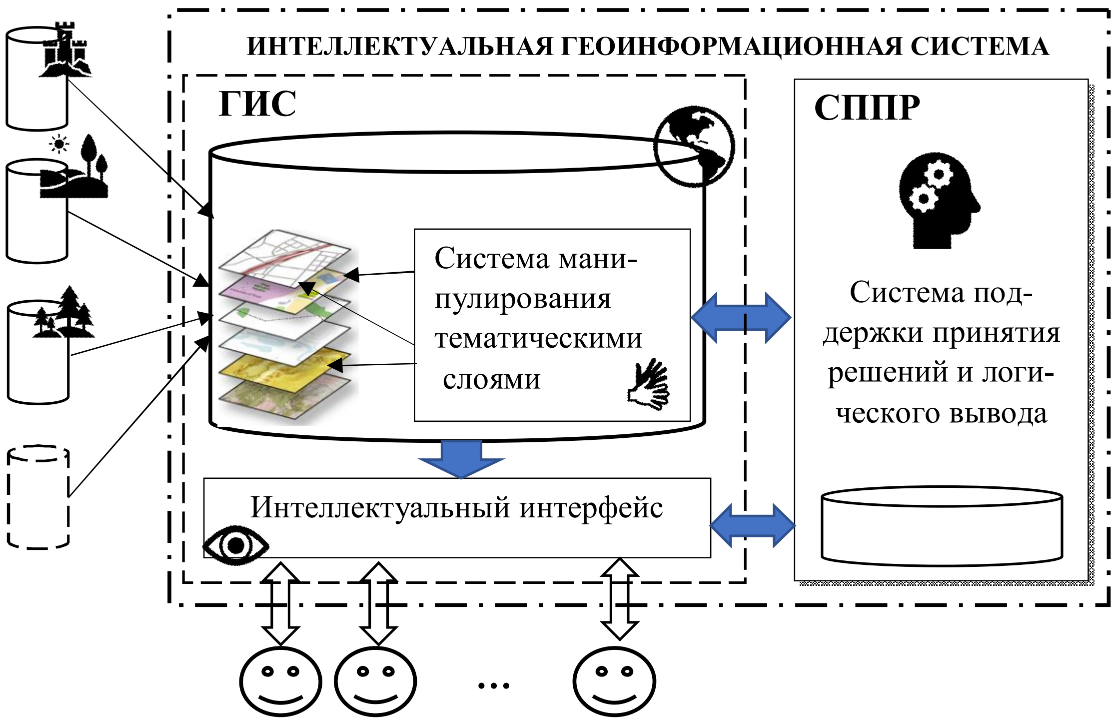



Рисунок 4.32 – Обобщенная схема интеллектуальной геоинформационной системы

Сокращенно такие интеллектуальные геоинформационные системы будем обозначать – ИГИС, а реализуемые на их основе технологии ИГИТ.

Обосновывая схему, изображенную на рисунке 4.32, можно утверждать, что центральными элементами ИГИС являются база геоданных и база геознаний. Термин «база геознаний» отсутствует в ДСТУ 28764–94 поэтому, опираясь на стандартизованный термин «база знаний», предложим следующее определение рассматриваемому термину.

**База геознаний** – упорядоченная совокупность правил, географических фактов, механизмов логического вывода и программных средств, описывающих во всех сферах Земли (ноогеосфере) их предметные составляющие, в том числе и природные процессы и явления, предназначенная для представления накопленных в ней знаний.

Приведем еще одно определение, касающееся термина «интеллектуальный интерфейс».

**Интеллектуальный интерфейс** – совокупность аппаратных и программных средств, обеспечивающих взаимодействие интеллектуальной системы с пользователем на основе привычных понятий, терминов, образов, присущих определенной сфере интеллектуальной деятельности человека.

Данный термин стандартизован и приводится здесь для того, чтобы показать особенность построения базы геознаний. Суть этой особенности заключается в том, что описанные выше процедуры принятия решений на квадро- и окто- деревьях, процедуры построения полигональных сеток, раскраски и выделения теней и т. д. требует значительных вычислительных ресурсов и поэтому данные эвристики и алгоритмы реализуются специальными аппаратными средствами – графическими процессорами. Другими словами, база геознаний как бы состоит из двух частей, первая часть базы геознаний обеспечивает реалистичность изображения на экране монитора, а вторая часть на основе манипулирования интегральными слоями базы геоданных обеспечивает логический вывод и объяснения визуализированным процессам и явлениям.

Таким образом, материал данного раздела, с одной стороны, со стороны студентов, направлен на ознакомление их с конечным результатом их учебной деятельности, с другой стороны, со стороны преподавателей, направлен на систематизацию и своих знаний, и студентов в области геоматики и перспектив ее развития.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

## Рецензии пользователей учебным пособием

Рецензия доцента кафедры, кандидата технических наук М.О. Пиличевой

### РЕЦЕНЗІЯ

на навчальний посібник К. О. Метешкіна, А. Р. Левченко
«Паралелі та меридіани геодезії і інформатики, або основи ноогеометики»

Розвиток системи освіти в Україні передбачає відтворення інтелектуального потенціалу народу та підвищення соціальної ролі особистості. З огляду на це перед закладами вищої освіти постало завдання забезпечити якість освіти студентів, яка досягається методами узагальнення та систематизації знань. Зокрема Я. М. Каменський неодноразово в своїх працях підкреслював необхідність дотримуватись послідовності у вивченні матеріалу: «Всі заняття повинні влаштовуватись таким чином, щоб наступне завжди базувалось на попередньому, а попереднє зміцнювалось наступним». До того ж К. Д. Ушинський звертав увагу на те, що «тільки система, звичайно, розумна, яка виходить з самої суті предметів, дає нам владу над нашими знаннями». Тому мета навчального посібника є актуальною.

У роботі автори приділили увагу питанню розробки та структури стандартизованої освітньої технології «Систематизація» спеціальності 193 – Геодезія та землеустрій з позиції введення нового терміну «ноогеоматика». Розглянуто гуманітарні та наукові основи запропонованого терміну. Проведено розвиток представлення геопросторових даних від паперових носіїв до інформаційних технологій та баз знань.

Позитивним моментом навчального посібника є нестандартний підхід до подання матеріалу: ставляться багато складних питань (приклад: чи можна застосовувати термін «геоматика» для сфери геодезії та землеустрою? Як виконати систематизацію знань студентів?), які потім за допомогою історичних фактів, узагальнюючих схем та прикладів розкриваються авторами. Цікавим є подання атласу знань студентів.

Для покращення сприйняття матеріалу навчального посібника доцільно було б більш детальніше розглянути зв'язки між дисциплінами спеціальності і навести їх після третього розділу. Також, на мою думку, необхідно створити ще один посібник з акцентом на зв'язування землеустрою та інформаційних технологій, оскільки в роботі більше приділено уваги геодезії.

Загалом навчальний посібник направлений на сприяння покращення навчального процесу з вивчення дисциплін спеціальності 193 – Геодезія та землеустрій, що дозволить поліпшити теоретичні знання студентів, покращить викладення матеріалу на заняттях, під час самостійної роботи та дистанційного навчання.

Другий і третій розділи є більш ознайомлюючими, тому вони будуть корисними для студентів першого, другого та третього курсу бакалавріату, а підпункт 1.4 та пункт 4 – для студентів четвертого курсу бакалавріату та магістрантів, оскільки містять узагальнювальну та систематизувальну інформацію. Також робота буде корисною для викладачів, практиків та осіб, які цікавляться сучасними тенденціями у сфері геодезії та землеустрою.

Доцент кафедри земельного адміністрування
та геоінформаційних систем
Харківського національного університету
міського господарства імені О. М. Бекетова,
канд. техн. наук М. О. Пілічева

Рецензия студента 3 курса В. Короткова

«Основи ноогеоматики» – з першого погляду достатньо складний та вузько спрямований посібник з величезною кількістю незрозумілих для пересічного читача формул, законів, правил. Проте коли він потрапляє до рук більш-менш досвіченого щодо ГІС користувача, він стає деяким нагадуванням про мінімум того, що повинен знати професіонал у цій сфері. Посібник розглядає новостворену науку – ноогеоматику з боку не тільки точних наук, що безперечно є фундаментом її розвитку, але і гуманітарних дисциплін, освітлюючи такі поняття, як «мова», «пам'ять», «мислення» з неочікуваного аспекту. Особисто мене вразив чималий обсяг інформації про простір та геометрію Всесвіту, що дозволяє зрозуміти масштаби сфери дослідження нової науки.

Важливим є також освітлення ноогеоматики у цьому посібнику з боку історії, що, на мою думку, найкраще доводить доцільність використання нового терміна. Вивчення гуманітарного блока буде запорукою повного розуміння мети нового напряму. Окрім того, відомості з історії та лінгвістики підготують нову людину в сфері геоінформаційних систем до розуміння більш складних для сприйняття наукових основ.

Щодо професійних основ напряму було наведено безліч прикладів робіт працівників цієї сфери, що дозволить досвідченим читачам оцінити свої знання, а недосвідченим – зрозуміти, яку сферу діяльності обрати для майбутнього детального вивчення.

Загалом посібник сповнений цікавими фактами, поєднує класичне вивчення дисциплін із нетиповими методиками, сучасними методами пізнання та розв'язанням актуальних проблем. Саме такий підхід буде корисним читачеві на шляху до професіоналізму.

Рецензия студентки 3 курса Ю. Свинаренко

По окончанию определенного этапа жизни каждый из нас получает документальное свидетельство о его прохождении, будь-то школьный аттестат или университетский диплом, сертификат о прослушивании курсов и т. д., но задумываемся ли мы, что, кроме документа, мы выносим с собой во внешнюю жизнь из стен своей альма-матер? Модель профессиональных знаний, которая была одним из заданий курса «Основы теории систем», заставила меня подумать об этом чуть глубже. Было сложно собирать приобретенные за полтора года знания в единую систему из-за того, что они не использовались на практике, а просто пылились на задворках разума. Именно в этом могло помочь мне данное пособие – освежить полученные знания и понять, что же я действительно знаю. Не то, чему меня учили, не то, что я знала когда-то, а то, какой багаж знаний на данный момент при мне. Оно служит неким ключом к вопросам «Чему я научился?», «Как глубоко я изучил свою специальность?», «На сколько разносторонним был мой подход к обучению?». Отвечая на эти вопросы с помощью «Основ ноогеоматики», человек будет находить свои ошибки в подходе к изучению специальностей «Геодезия и землеустройство» и «Геоинформационные системы» и исправлять их на пути к профессионализму.

Пособие будет сложным для восприятия людьми, которые далеки от темы ГИС, и ориентировано большей частью на тех, кто уже не один год изучает это направление. Но для талантливых «новичков» оно будет полезно как некий конспект того, что они должны будут изучить, будет каркасом, на который со временем будет *упорядочено* накапливаться опыт. В этом основная особенность пособия «Параллелей и меридианов геодезии и информатики» – оно не даст знаниям «слеживаться» и превращаться в бесформенную массу, а заставит их постоянно находится в тонусе и создавать организованную и слаженную сеть.

# ПРИЛОЖЕНИЕ Б

## Фрагменты атласов профессиональных знаний студентов


ФРАГМЕНТЫ СТРАНИЦ АТЛАСА ЗНАНИЙ СТУДЕНТКИ **КАРПЕНКО Д.**


ФРАГМЕНТЫ СТРАНИЦ АТЛАСА ЗНАНИЙ СТУДЕНТКИ **ПИСКОВСКОЙ И.**


ФРАГМЕНТЫ СТРАНИЦ АТЛАСА ЗНАНИЙ СТУДЕНТКИ **ДАХНО Т.**


ФРАГМЕНТЫ СТРАНИЦ АТЛАСА ЗНАНИЙ СТУДЕНТКИ **КОВОЛЬЧУК А.**


ФРАГМЕНТЫ СТРАНИЦ АТЛАСА ЗНАНИЙ СТУДЕНТА **КВАСНИК А.**


| Дисципліни | Якість викладання (від 1 до 10 балів) |
|---|---|
| Охорона праці | 8 |
| Бухгалтерський облік | 10 |
| Українська мова за проф. | 10 |
| Соціологія | 4 |
| Інформатика | 9 |
| Екон. аналіз | 10 |
| Ціноутворення | 10 |
| Філософія | 3 |
| Англійська мова | 7 |
| Ринкові дослідження | 6 |
| Фінанси підприємства | 10 |
| Комерційна діяльність | 8 |
| Вища математика | 10 |
| Менеджмент | 9 |
| Математика | 6 |
| Підприємницька діяльність | 10 |
| Комунікаційна діяльність | 9 |
| Комерційне товарознавство | 9 |

ФРАГМЕНТЫ СТРАНИЦ АТЛАСА ЗНАНИЙ СТУДЕНТА **ПЯТИКОПОВА И.**

*Навчальне видання*

**МЕТЕШКІН** Костянтин Олександрович,
**ЛЕВЧЕНКО** Анастасія Романівна

# ПАРАЛЕЛІ ТА МЕРИДІАНИ ГЕОДЕЗІЇ І ІНФОРМАТИКИ АБО ОСНОВИ НООГЕОМАТИКИ

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

(Рос. мовою)

Відповідальний за випуск *С. Г. Нестеренко*
Редактор *О. В. Михаленко*
Комп'ютерний набір *К. О. Метешкін*
Комп'ютерне верстання *І. В. Волосожарова*
Дизайн обкладинки *А. Р. Левченко,*
*Т. А. Лазуренко*

Підп. до друку 16.09.2019. Формат 60 × 84/16.
Друк на ризографі. Ум. друк. арк. 11,8.
Тираж 50 пр. Зам. №

Видавець і виготовлювач:
Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Маршала Бажанова, 17, Харків, 61002.
електронна адреса: rectorat@kname.edu.ua
Свідотство суб'єкта видавничої справи:
ДК № 5328 від 11.04.2017.